

Experimentelle und numerische Charakterisierung des  
Verhaltens transparent wärmegeämmter Wände

# Diplomarbeit

von

Gregor Czisch

angefertigt am

Fraunhofer–Institut für Solare Energiesysteme  
Freiburg

eingereicht beim

Physik–Department  
Technische Universität München

am

10. Mai 1996

Erstgutachter: PROF. DR. F. WAGNER  
Physik–Department E15

Zweitgutachter: PD DR. V. WITWER  
Fraunhofer–Institut für Solare Energiesysteme



# Zusammenfassung

Diese Arbeit befaßt sich mit der Charakterisierung von transparent wärmege­dämmten Wänden. Die Beschreibung dieser Systeme mit ihren wichtigsten thermischen und optischen Eigenschaften wird in Kapitel 2 vorangestellt. Zur Untersuchung des Systemverhaltens konnten Messungen an verschiedenen Gebäuden, die vom Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme (ISE) konzipiert wurden, genutzt werden. Als weiteres Untersuchungsobjekt diente eine Testwand, die im Rahmen dieser Arbeit mit der nötigen Meßtechnik ausgestattet wurde. Sie ermöglicht die Charakterisierung von TWD-Wänden bei Nutzung verschiedener Wandmaterialien. Ihr Aufbau und Details der Meßtechnik sind in Kapitel 3 beschrieben. Dabei wird auf die Grenzen der Meßgenauigkeit und mögliche Fehlerquellen hingewiesen. An der Innenseite der Testwand wurde eine Klimakammer aufgebaut, mit deren Hilfe die inneren Raumbedingungen gezielt eingestellt werden können. Dies ermöglicht Untersuchungen in verschiedenen Betriebszuständen, die in genutzten Gebäuden nicht realisierbar sind.

Mit Hilfe von Modellen, die auch das dynamische Verhalten von Gebäuden berücksichtigen, können die Raumbedingungen simuliert werden, die sich voraussichtlich in einem geplanten Gebäude einstellen. Wegen des hohen rechnerischen Aufwands ist es nicht möglich, alle Details einzubeziehen. Daher gilt es, einfache Berechnungsmethoden zu finden, die dennoch den jeweiligen Ansprüchen an die Genauigkeit genügen. Die Wände eines Gebäudes werden in der Regel mit eindimensionalen Modellen beschrieben. Dieser Weg wird auch bei transparent wärmege­dämmten Wänden eingeschlagen. Als Modellparameter dienen dabei u.a. Materialkonstanten der verwendeten Baustoffe. Die Simulationsergebnisse stimmen häufig nicht sehr gut mit den späteren Messungen überein. Ein Grund für diese Diskrepanz könnte in der Annahme falscher Parameterwerte liegen, da beispielsweise die Angaben für einzelne Materialien mit großen Fehlern behaftet sind. Um hierüber Klarheit zu bekommen, wurden in dieser Arbeit die Methode der dynamischen Parameteridentifikation gewählt. Dabei werden Rechenergebnisse, die sich anhand der verwendeten Modelle ergeben, mit instationären Messungen verglichen. In Kapitel 4 werden Modelle vorgestellt, die zur dynamischen Simulation von Gebäudewänden Verwendung finden. Ein Schwerpunkt liegt hier auf der Beschreibung der Rechenmethode, die im Simulationsprogramm TRNSYS implementiert ist, da vorwiegend mit diesem Programm gearbeitet wurde.

In Kapitel 5 folgen die theoretischen Grundlagen der Parameteridentifikation. Beim Schätzen von Parametern ist es nötig, ein Kriterium für die Güte der Rechenergebnisse, die sich bei Verwendung eines Parametersatzes ergeben, zu definieren. Eine Möglichkeit besteht in der Maximum-Likelihood-Methode, die direkt aus statistischen Zusammenhängen abgeleitet werden kann. Sie wird zuerst anhand eines einfachen Beispiels eingeführt und schließlich auf die Anwendung bei zeithabhängigen Systemen erweitert. Dabei ergibt sich die skalare Zielfunktion  $\chi^2$ , die von den Parameterwerten abhängt. Der Satz von Parametern, bei dem das globale Minimum dieser Zielfunktion vorliegt, wird als der gesuchte Parameter-

## II

satz interpretiert. Verschiedene Möglichkeiten der Suche nach diesem Minimum werden beschrieben, wobei der Schwerpunkt auf dem Marquardt–Levenberg–Verfahren liegt, das dann auch bei der Parameteridentifikation verwendet wird. Den Abschluß dieses Kapitels bildet die Fehlerabschätzung der gefundenen Parameterwerte.

Als Instrument der Versuchsplanung wird in Kapitel 6 eine Form der Monte–Carlo–Simulation vorgestellt. Durch die an die Testwand angrenzende Klimakammer kann die Raumtemperatur gezielt manipuliert werden. Es stellt sich die Frage, auf welche Weise dies geschehen muß, um möglichst viele Informationen über das System zu gewinnen, anhand derer anschließend die Parameter des numerischen Modells identifiziert werden können. Unter der Annahme, daß das Modell das zu untersuchende System hinreichend gut beschreibt, kann durch die Monte–Carlo–Simulation eine Antwort auf diese Frage gefunden werden. Das Vorgehen wird an einem Beispiel demonstriert, anhand dessen später ein Experiment an der Testwand vor der Aufbringung der TWD ausgeführt wird.

Dieses und weitere Experimente an der Testwand, deren Auswertung und Ergebnisse werden im folgenden Kapitel präsentiert. Bei der Auswertung des Experiments ohne TWD mußte das bei der Monte–Carlo–Simulation verwendete Modell aufgrund einiger unvorhergesehener Effekte modifiziert werden. Anhand dieses Modells wird dann eine dynamische Parameteridentifikation vorgenommen. Zur Illustration der Ergebnisse wird dabei die Parametervariation als weitere Möglichkeit der Parameterschätzung vorgestellt. Zur Bestimmung der thermischen und optischen Parameter der TWD der Testwand werden unterschiedliche Identifikationsmethoden verwendet. Beim Vergleich der Resultate untereinander und mit denen aus Labormessungen zeigen sich deutliche Unterschiede, zu deren Erklärung mögliche Ansätze geboten werden.

Ein weiteres System, das im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden konnte, ist das Energieautarke Solarhaus Freiburg (ES). In Kapitel 8 wird dieses Forschungsprojekt des Fraunhofer-Instituts für Solare Energiesysteme kurz beschrieben. Anschließend werden anhand von Messungen an der TWD-Wand des Hauses Parameteridentifikationen vorgenommen. Aus den gewonnenen Ergebnissen kann auf Fehler bei der Simulation von Gebäuden bei Unkenntnis der Modellparameter geschlossen werden. Den Abschluß dieses Kapitels bildet die Gegenüberstellung der simulierten und gerechneten Wärmegewinne durch die TWD-Wand des ES. Dabei stellt sich heraus, daß an diesem System wie an allen anderen TWD-Systemen, die bisher vermessen wurden, die Wärmegewinne an der Absorberseite scheinbar wesentlich größer sind als die an der Raumseite. Diese Diskrepanz kann nicht durch Speichereffekte erklärt werden, daher muß nach anderen Erklärungsmöglichkeiten gesucht werden.

Als Erklärung dieses Phänomens kommen dreidimensionale Wärmeleitungseffekte in Betracht. Dieser Möglichkeit wird in Kapitel 9 nachgegangen. Durch eine stationäre, zweidimensionale Simulation eines Elements der Testwand ergeben sich Hinweise auf die Struktur dieser Effekte, die sich in den Meßergebnissen widerspiegelt. Eine Thermographie der Innenwand des ES zeigt zwar ein von dem der Testwand abweichendes Verhalten seiner transparent wärmegeämmten Wandsegmente, weist aber ebenfalls auf dreidimensionale Wärmeleitungseffekte hin. Ihre Ursachen liegen hier hauptsächlich in der Selbstverschatt-

tung durch die Rahmen der TWD-Segmente. Die Auswirkung all dieser Effekte ist, daß die Wärmegewinne durch die Wandfläche direkt hinter der TWD überschätzt werden, wenn die an der Absorberseite gemessenen Wärmeflüsse auf die gesamte Fläche des Wandinneren übertragen werden. Aber auch Messungen in der relativ bevorzugten Mitte der Innenwand können nicht auf die gesamte Segmentfläche übertragen werden, ohne die Wärmegewinne deutlich zu überschätzen. Es ist jedoch nicht auszuschließen, daß Teile des Wärmeflusses auf anderen Wegen in das Gebäudeinnere gelangen und sich somit positiv auf den Wärmehaushalt des Gebäudes auswirken. Wohin die Wärme letztendlich fließt, kann nur durch noch detailliertere Messungen oder durch dreidimensionale Simulationen herausgefunden werden.

Im letzten Kapitel werden die Konsequenzen, die aus den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel in bezug auf die Möglichkeiten und Grenzen der Modellierung von Wänden mit TWD folgen, aufgezeigt. Abschließend wird ein Ausblick auf weiterführende Untersuchungen zum besseren Verständnis transparent wärmegeämmter Wände gegeben.

Im Anhang befinden sich Zeichnungen und Grafiken zu Details der Messungen und Experimente.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>I</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Transparent wärmegeämmte Wände</b>	<b>3</b>
2.1 Wärmeleitung und Wärmequellen . . . . .	6
2.2 Gesamtenergiedurchlaßgrad $g$ und Wärmedurchgangskoeffizient $k$ . . . . .	8
<b>3 Experimenteller Aufbau</b>	<b>11</b>
3.1 Strahlungsmessung . . . . .	13
3.2 Temperaturmessung . . . . .	14
3.3 Wärmeflußdichtemessung . . . . .	16
3.4 Feuchtemessung . . . . .	20
3.5 Messung der Windgeschwindigkeit . . . . .	20
3.6 Klimakammer . . . . .	20
3.7 Datenerfassung . . . . .	20
<b>4 Modellbildung für die dynamische Parameteridentifikation</b>	<b>23</b>
4.1 Rechenmodelle zur Simulation von TWD-Wänden . . . . .	25
4.1.1 Rechenmodelle des Programms MRQT . . . . .	26
4.1.2 Simulationssoftware TRNSYS . . . . .	28
<b>5 Theoretische Grundlagen der Parameterschätzung</b>	<b>35</b>
5.1 “Maximum Likelihood Estimator”: Methode der maximalen Mutmaßlichkeit 35	
5.1.1 $\chi^2$ als Maximum Likelihood Estimator bei zeitinvarianten Systemen 36	
5.1.2 Anwendung der $\chi^2$ -Methode bei trägen zeitabhängigen Systemen . . 39	
5.1.3 Zielfunktion im Programm MRQT . . . . .	41
5.2 Minimierung der Zielfunktion . . . . .	43

5.2.1	Das Marquardt-Levenberg-Verfahren . . . . .	44
5.3	Abschätzung der Fehlergrenzen von Parametern . . . . .	45
<b>6</b>	<b>Monte-Carlo-Simulationen</b>	<b>49</b>
6.1	Methode der statistischen Versuchsplanung . . . . .	49
6.2	Beispiel zur Verdeutlichung . . . . .	50
<b>7</b>	<b>Planung, Durchführung und Analyse der Experimente</b>	<b>57</b>
7.1	Testwand ohne TWD . . . . .	57
7.1.1	Dynamische Parameteridentifikation zur Bestimmung der Materialwerte $\lambda$ und $c_p$ . . . . .	59
7.1.2	Parametervariation zur Veranschaulichung der Zielfunktion . . . . .	65
7.2	Bestimmung thermischer und optischer Parameter . . . . .	67
7.2.1	Bestimmung der k-Werte aus Nachtmittelwerten . . . . .	67
7.2.2	Bestimmung aus dem instationären Verhalten . . . . .	70
7.2.3	Bestimmung von g- und k-Wert durch Parametervariation . . . . .	73
7.2.4	Bestimmung von g- und k-Wert aus stationären Messungen . . . . .	74
7.3	Bestimmung von Parametern mit Langzeitmittelwerten . . . . .	75
<b>8</b>	<b>Analyse von Messungen am Energieautarken Solarhaus Freiburg</b>	<b>79</b>
8.1	Systembeschreibung . . . . .	79
8.2	Schätzung der Wandparameter $\lambda$ und $c_p$ . . . . .	80
8.2.1	Rechenmodell . . . . .	81
8.2.2	Ergebnisse der Parameteridentifikation . . . . .	81
<b>9</b>	<b>Dreidimensionale Wärmeleitungseffekte</b>	<b>87</b>
<b>10</b>	<b>Schlußfolgerungen und Ausblick</b>	<b>95</b>
10.1	Möglichkeiten und Grenzen der Modellierung von TWD-Wänden . . . . .	95
10.2	Ausblick . . . . .	97



<b>A Anhang zur Testwand</b>	<b>103</b>
A.1 Systembeschreibung . . . . .	103
A.2 Klimakammer . . . . .	108
A.3 Photos . . . . .	110
<b>B Bestimmung von g- und k-Wert durch Parametervariation</b>	<b>111</b>
<b>C Wärmeflußsummen Testwand</b>	<b>115</b>
<b>D Temperaturen des Absorbers und der Wandinnenseite</b>	<b>117</b>
<b>Formelzeichen und Indizes</b>	<b>119</b>
<b>Literatur</b>	<b>124</b>
<b>5 Danksagung</b>	<b>129</b>



## Kapitel 1

# Einleitung

Gegenwärtig basiert die menschliche Energieversorgung auf der Nutzung fossiler Energieträger. Dreiviertel des Primärenergiebedarfs werden durch sie gedeckt. Wasserkraft, Brennholz und Kernenergie tragen 6%, 11% und 4% bei [Hein 90]. Eine ständig steigende Bevölkerungszahl und wachsende Wirtschaftskraft, momentan insbesondere in den ostasiatischen Ländern, führt zu einem stetigen Mehrbedarf.

Eine mittelfristige Deckung des Bedarfs für die nächsten Jahrhunderte ist schon allein durch die Ausbeutung der Kohlevorkommen gewährleistet. Die Kernenergie hat unter der Voraussetzung der Nutzung von Brutprozessen eine noch größere Reichweite. Die Nutzung dieser beiden Energieträger ist aber mit enormen Risiken verbunden. Gleiches gilt auch für den Raubbau, der besonders in den äquatorialen Regionen zur Gewinnung von Brennholz betrieben wird und so zwangsläufig zur Erschöpfung dieser Ressource führen muß.

Langfristig ist ein Umstieg auf andere Energiequellen unausweichlich und mittelfristig scheint er geboten. Auch die Energieeinsparung kann dabei einen Beitrag leisten. Eine Möglichkeit, den Bedarf zu decken, bietet aus heutiger Sicht die Kernfusion. Ihre Verwirklichung ist jedoch noch nicht sichergestellt und auch ihr wirtschaftlicher Einsatz scheint kaum realisierbar<sup>1</sup>.

Eine andere Möglichkeit besteht in der Nutzung regenerativer Energien in ihrer ganzen Vielfalt. Die direkte oder indirekte Nutzung der Sonnenenergie stellt dabei das größte Potential dar. Der weltweite Primärenergieverbrauch liegt derzeit beim 8000sten Teil der eingestrahelten Sonnenenergie. Damit ist die Sonnenenergie theoretisch geeignet, den Bedarf zu decken. Wie sich zeigt, können sich die regenerativen Energien auf dem Markt behaupten, sobald sie in den Bereich der Wirtschaftlichkeit vordringen<sup>2</sup>.

32% des Endenergieverbrauchs in den alten Bundesländern der Bundesrepublik Deutschland dienen zur Deckung des Raumwärmebedarfs in Gebäuden [IZE 94]. Das Einsparpo-

---

<sup>1</sup>Nebenbei sei hier erwähnt, daß gewöhnlicher Wasserstoff  $^1H$  entgegen der populären Meinung für den Fusionsprozeß nicht geeignet ist. Fusionsfähige Plasmen lassen sich nur durch eine Mischung von Deuterium  $^2H$  und Tritium  $^3H$  erzeugen. Der natürliche Tritium-Gleichgewichtsbestand ist jedoch in bezug auf die nötigen Mengen verschwindend klein. Zur Gewinnung des Tritiumbedarfs werden somit Brutprozesse (z.B.  $^7Li + n \rightarrow ^3H + \alpha + n$ ) mit all ihren Gefahren nötig.

<sup>2</sup>Die Wasserkraft wird schon in umfangreichem Maß genutzt und auch die Windenergie kommt immer häufiger zum Einsatz, seit ihr durch geänderte politische Rahmenbedingungen und technische Innovationen über die Schwelle der Wirtschaftlichkeit geholfen wurde. Beide Energiequellen sind zum Großteil indirekt durch Sonnenenergie gespeist.

tential durch verbesserte Gebäudetechnik (Dämmung, Lüftung etc.) ist dabei beträchtlich. Auch die direkte Nutzung der Sonnenenergie kann hier ihren Beitrag leisten, wie dies heute schon teilweise durch geschickte Anordnung von Fensterflächen praktiziert wird.

Eine weitere Möglichkeit bietet die Nutzung Transparenter Wärmedämmung (TWD) vor Außenwänden von Gebäuden. Die TWD läßt das Sonnenlicht auf einer möglichst gut absorbierenden Wandoberfläche auftreffen und dient gleichzeitig der thermischen Isolation dieser Fläche von der Umgebung. Die Wand gibt die Strahlungsenergie in Form von Wärme verzögert an das Gebäudeinnere ab und wirkt gleichzeitig als Zwischenspeicher. Damit kann sie das Gebäude, auch wenn gerade keine Sonne scheint, erwärmen.

Um eine effiziente, kostengünstige und bedarfsgerechte Auslegung von Gebäuden mit transparent wärmegeämmten Wänden zu ermöglichen, sind Modelle nötig, die das Verhalten der TWD-Wand in verschiedenen Situationen hinreichend gut wiedergeben.

In dieser Arbeit werden experimentelle Untersuchungen an verschiedenen transparent wärmegeämmten Wänden vorgestellt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Bestimmung von Parametern verschiedener Modelle, die bei der Beschreibung des Gebäudeverhaltens Verwendung finden.

## Kapitel 2

# Transparent wärmegegedämmte Wände

Die konventionelle opake - d.h. lichtundurchlässige - Wärmedämmung einer Wand hat zum Ziel, Wärme während der Heizperiode innerhalb des Gebäudes zu halten, d.h. den Wärmefluß  $q \left[ \frac{W}{m^2} \right]$  zu minimieren<sup>1</sup>. Aufgrund der Lichtundurchlässigkeit dieser Dämmung kann aber in Zeiten solarer Einstrahlung praktisch keine Strahlungsenergie gewonnen werden. Ein Großteil dieser Energie wird an der Fassade reflektiert und ist somit verloren. Der andere Teil wird zwar absorbiert, aber im wesentlichen über Konvektion und Wärmestrahlung an die Umgebung abgegeben, so daß wegen der Dämmung nur ein kleiner Anteil ins Gebäudeinnere geleitet wird. Da aber selbst im Januar in unseren Breiten auf alle freistehenden Fassadenflächen mehr Sonnenenergie eingestrahlt wird als schon bei üblichen Dämmschichtdicken durch diese Flächen verloren geht, liegt es nahe, die Wand als Energielieferant zu nutzen. Die transparente Wärmedämmung (TWD) verbindet die gewünschten Eigenschaften der Dämmung und des Strahlungsenergie durchlasses. In Abbildung 2.1 (Seite 4) ist der Vergleich transparenter und opaker Wärmedämmung einer Wand dargestellt.

Die TWD besteht aus einer lichtdurchlässigen Abdeckung (z.B. Glas) über der transparenten Dämmschicht (in der Regel zur Fassadenfläche senkrecht stehende Kapillarstrukturen z.B. aus Polycarbonat) und einer anschließenden gut absorbierenden Schicht auf dem Wandmaterial. Es gibt noch weitere Varianten, auf die hier aber nicht eingegangen werden soll. Die Oberfläche sollte sich durch eine große Transmission, also kleine Reflexion und Absorption der Strahlung im solaren Spektralbereich auszeichnen. Die Rückstreuung aus dem Dämmmaterial sollte möglichst gering sein (klares Material) und auch die Reflexion der Absorberschicht muß klein gehalten werden (hohe Absorption). Detailliertere Beschreibungen der TWD-Wand, ihrer Eigenschaften und Einsatzmöglichkeiten sind in [Goetzberger 93] und [Rouvel 92] zu finden.

Im Energieautarken Solarhaus Freiburg [Voss 93] (siehe auch Abbildung 8.1) sind die direkt sonnenbeschienenen Wände als TWD-Wände ausgeführt. Die Wärmeflußsummen<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>Die Wärmeflußdichte  $q$  wird einfachheitshalber als Wärmefluß bezeichnet und ist hier und im folgenden so definiert, daß  $q > 0$  ist, sobald Wärme vom Gebäudeinneren nach außen fließt, d.h. wenn Wärmeverluste auftreten.

<sup>2</sup>Als Wärmeflußsumme  $qSum \left[ \frac{kJ}{m^2} \right]$  oder  $\left[ \frac{kWh}{m^2} \right]$  wird hier die Summe der bei der Meßdatenerfassung gespeicherten Wärmeflüsse  $q_i$  multipliziert mit der Länge eines Speicherintervalls  $\Delta t$  bezeichnet.

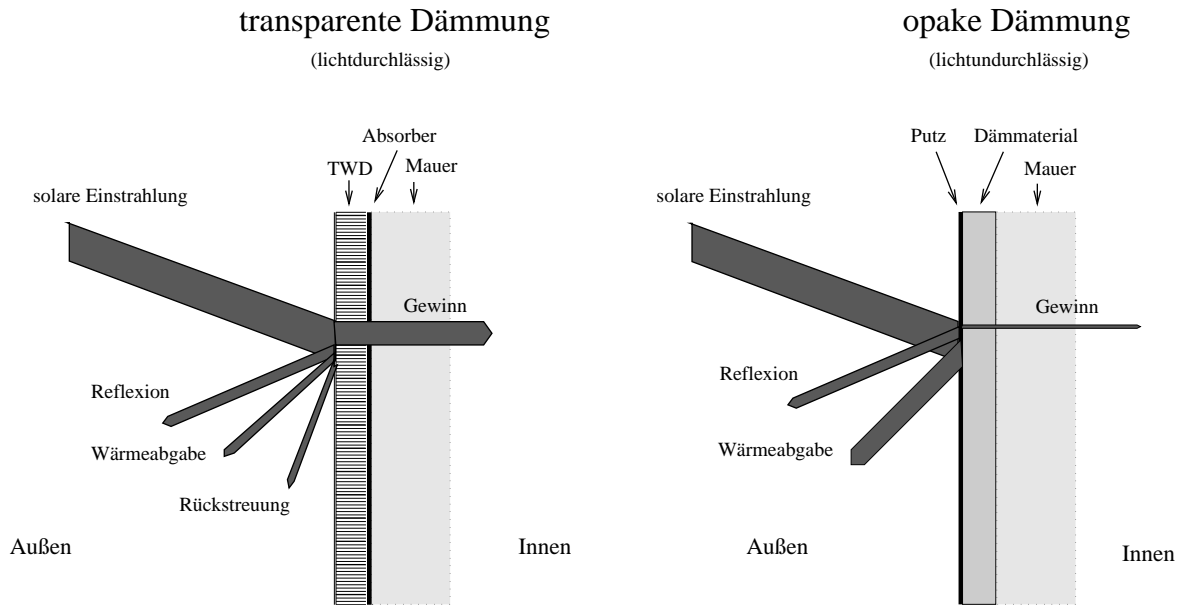


Abbildung 2.1: Vergleich opaker und transparenter Wärmedämmung einer Wand

$$qSum = \sum q_i \Delta t \quad (2.1)$$

an der Absorber- sowie der Wandinnenseite geben Aufschluß über die seit Summationsbeginn geflossenen Wärmemengen und somit über die Qualität des Systems als Energielieferant. Abbildung 2.2 (Seite 5) zeigt die Wärmeflußsummen der Küchenwand des Energieautarken Solarhauses (ES) im Januar 1995. Der Beginn der Summation ist der 1. Januar 1995, die eingetragenen Werte sind die Summe bis zu dem auf der Abszisse aufgetragenen Zeitpunkt.

Es lassen sich deutliche Wärmegewinne erkennen, wobei an der Absorberseite größere Werte auftreten als auf der Wandinnenseite. Dieses Phänomen scheint maßgeblich auf dreidimensionale Effekte bei der Wärmeleitung (z.B. ausgelöst durch ungleichmäßige Verschattung des Absorbers) zurückzuführen zu sein. Auch Fehler bei der Meßtechnik können nicht völlig ausgeschlossen werden, spielen jedoch eine untergeordnete Rolle. Eine genauere Untersuchung der dreidimensionalen Effekte ist in Kapitel 9 zu finden.

Ein erwünschter Effekt der TWD-Wand ist die Speicherung von Energie ( $Q_{Sp}$ ) im Wandmaterial. Dieses Verhalten zeigt sich z.B. in Perioden, in denen am Absorber nur kleine Gewinne oder sogar Verluste auftreten. An der Innenseite kommt es trotzdem nie zu Verlustströmen, die Gewinne gehen jedoch mehrfach gegen Null, wie es in Abbildung 2.2 an den Kurvenabschnitten mit waagrechter Tangente zu erkennen ist. D.h. die Wand trägt

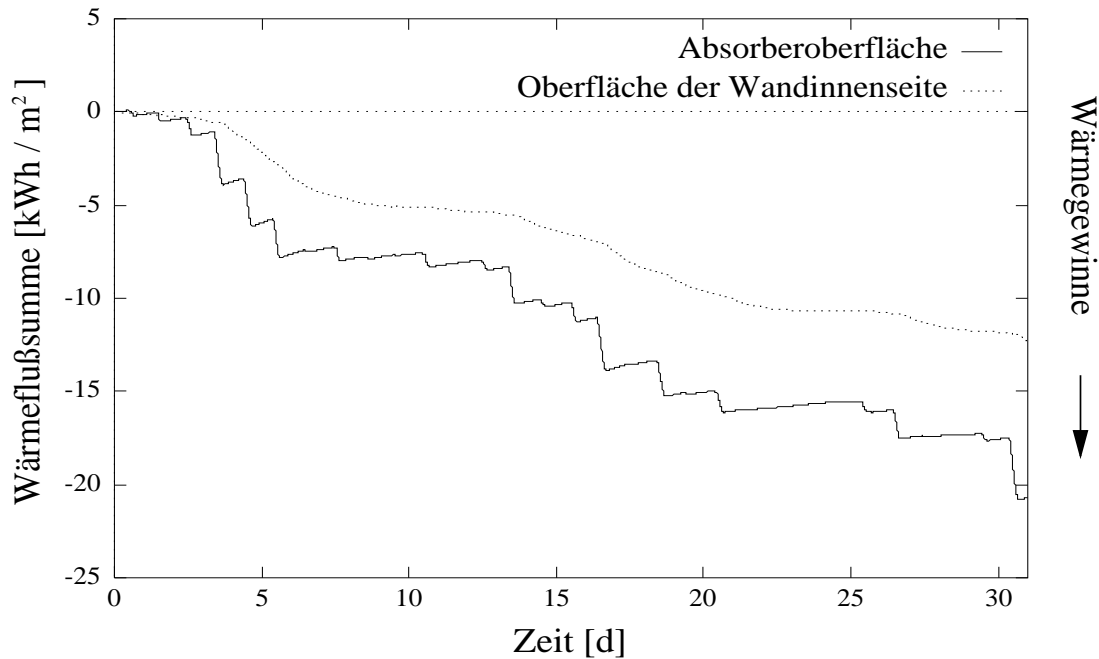


Abbildung 2.2: Wärmeflußsummen an der Küchenwand des Energieautarken Solarhauses im Januar 1995 (definitionsgemäß sind Wärmegewinne negativ)

dann nicht mehr zum Ausgleich von Verlusten an anderer Stelle (Lüftungsbedarf, Verlust an opak gedämmten Außenflächen usw.) bei und würde bei länger anhaltenden Schlechtwetterperioden auch an der Innenseite Verluste aufweisen.

Das flächenspezifische Speichervermögen der Wand errechnet sich aus der Dichte  $\rho$ , der volumenspezifischen Wärmekapazität  $c_p$  und der Dicke  $d$  der Wand bei einer Änderung der mittleren Wandtemperatur  $\overline{\vartheta_W}$  zu<sup>3</sup>

$$\frac{Q_{Sp}}{\Delta\overline{\vartheta_W}} = \rho c_p d. \quad (2.2)$$

Weitere systemtypische Eigenschaften sind die Phase und die Dämpfung, die sich zwischen Wärmeflüssen und Temperaturen auf beiden Seiten der Wand einstellen. Eine theoretische Behandlung von Phase und Amplitude bei periodisch angeregten TWD-Systemen und verschiedenen Randbedingungen (konstante Innenraumtemperatur oder konstanter innerer

<sup>3</sup>Für ein Baumaterial mit den fiktiven aber realitätsnahen Materialwerten

ergibt sich

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, c_p = 1000 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3 \text{K}} \text{ und } d = 0,3 \text{m}$$

$$\frac{Q_{Sp}}{\Delta\overline{\vartheta_W}} = 600 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \text{K}} \text{ oder } 0,166 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

Wärmefluß) findet sich in [Liersch 93]<sup>4</sup>. Die Phase entspricht einem Zeitversatz, der sich zwischen maximalem Wärmefuß (oder maximaler Temperatur) an der periodisch<sup>5</sup> angeregten (in der Regel die Absorberseite  $q_{Ab}$ ) und der gegenüberliegenden Seite ergibt. Dieser Zeitversatz kann aus dem Maximum der Kreuzkorrelation zwischen den beiden Größen abgeschätzt werden [Pfleger 95]. Im Rahmen dieser Arbeit soll nicht weiter auf die Theorie hierzu eingegangen werden. Für die Küchenwand des ES ergibt sich ein Zeitversatz von ca. 6 Stunden, d.h. an der Innenseite der Wand ist die höchste Temperatur in den frühen Abendstunden zu erwarten.

In den folgenden Abschnitten sollen die Energietransportmechanismen, die in einer TWD-Wand wirksam werden und andere für das System charakteristische Zusammenhänge vorgestellt werden.

## 2.1 Wärmeleitung und Wärmequellen

Der Energietransport über Wärmeleitung durch einen homogenen und isotropen Körper ist proportional zum Temperaturgradienten:

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T \quad (2.3)$$

Wenn dieser Körper als masselos oder in einem stationären Zustand befindlich angenommen wird, ist Gleichung 2.3 bei Kenntnis der Temperaturen an zwei Orten hinreichend für die Berechnung des ihn durchströmenden Wärmeflusses.

---

<sup>4</sup>Für diese Fälle lassen sich Lösungen der Gleichung 2.9 in Form von Fourier-Reihen finden.

<sup>5</sup>Die Einstrahlung auf der Absorberseite ist eine durch stochastische Prozesse (das Wetter) überlagerte periodische Anregung des Systems mit einer Periode von 24 Stunden.



Für einen eindimensionalen Körper <sup>6</sup> vereinfacht sich dieser Zusammenhang zu

$$q = -\frac{\lambda}{d} (T(x_1) - T(x_2)) = -\Lambda \Delta T. \quad (2.4)$$

Die Konstanten sind hierbei

- die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$  und
- der Wärmedurchlaßkoeffizient  $\Lambda \left[ \frac{W}{m^2K} \right]$ .

Beide können ihrerseits von der Temperatur abhängen. Auch bei einem instationären System, bei dem die Mittelwerte der Temperaturdifferenz und des Wärmeflusses gebildet werden, ist die Formel 2.4 anwendbar, wenn diese anstatt der Momentanwerte eingesetzt werden<sup>7</sup>.

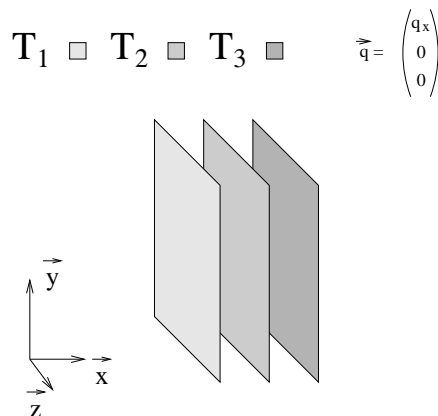
Bei instationären Systemen, bei denen massebedingte kapazitive Effekte berücksichtigt werden, muß mit der Fourierrechnung gerechnet werden [Grigull 79].

**Fouriergleichung:** Der Wärmestrom  $\vec{q}$  durch die Berandungen eines Volumenelements  $dV$  führt zur zeitlichen Änderung  $d\dot{Q}$  der inneren Energie dieses Elements [Gerthsen 89]:

$$\vec{\nabla} \vec{q} dV = -d\dot{Q} \quad (2.5)$$

---

<sup>6</sup> Unter einem eindimensionalen Körper ist hier ein System zu verstehen, in dem der Wärmefluß nur in eine Richtung stattfindet. Diese Voraussetzung erfüllt beispielsweise eine ebene Platte, die an den Rändern in y- und z-Richtung adiabatisch und auf den Flächen in x-Richtung isotherm ist. Auch eine in y- und z-Richtung gegenüber der x-Richtung sehr weit ausgedehnte Platte kann, wenn sie über einen großen Teil der Flächen senkrecht zur x-Achse isotherm ist, in der Mitte dieses Bereichs als eindimensionaler Körper approximiert werden. Hiervon wird häufig Gebrauch gemacht, leider auch in Fällen, in denen diese Vereinfachung nicht gerechtfertigt ist. Oft ist dieses Vorgehen nötig, um den numerischen Aufwand bei der Berechnung komplexer Systeme in akzeptablen Grenzen zu halten. Auch die meßtechnische Erfassung der dreidimensionalen Effekte wäre in der Praxis oft mit extremem Aufwand verbunden.



**Abbildung 2.3:** Prinzipskizze zur eindimensionalen Wärmeleitung

<sup>7</sup>Voraussetzung dafür ist, daß die im System gespeicherte Wärme klein gegenüber der geflossenen Wärmemenge ist. Dies ist beispielsweise dann gegeben, wenn der Systemzustand am Ende der Mittelungsperiode dem Anfangszustand sehr ähnlich ist und das System in der Zwischenzeit große Veränderungen durchlaufen hat.

Einsetzen von Gleichung 2.3 und den Zusammenhang  $d\dot{Q} = \rho c_p \dot{T} dV$  führt über den Ausdrück

$$-\rho c_p \dot{T} = -\vec{\nabla} (\lambda \nabla T) \quad (2.6)$$

schließlich auf die Fourierreichung:

$$\dot{T} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \vec{\nabla} (\nabla T) = a \vec{\nabla} (\nabla T) \quad (2.7)$$

Der Parameter  $a$  wird als Temperaturleitfähigkeit bezeichnet. Durch die Lösung der Fourierreichung lassen sich instationäre Zustände des Systems berechnen.

Die Berücksichtigung von Wärmequellen mit der Leistungsdichte  $W$  führt auf die Gleichung

$$\dot{T} = a \vec{\nabla} (\nabla T) + \frac{W}{\rho c_p}. \quad (2.8)$$

Im Falle einer TWD-Wand ist für  $W$  der Anteil der Einstrahlung  $E$  einzusetzen, der an dieser Stelle eingetragen wird. Wenn das System als eindimensional betrachtet werden kann, vereinfachen sich die Gleichungen 2.7 und 2.8 zu

$$\dot{T} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

und

$$\dot{T} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{W}{\rho c_p}. \quad (2.10)$$

Die Modellierung des instationären Verhaltens von TWD-Wänden erfordert die Lösung der Fourierreichung. Im Kapitel 4 wird eine Finite-Elemente-Methode und die Lösung durch Z-Transformation vorgestellt.

## 2.2 Gesamtenergiedurchlaßgrad $g$ und Wärmedurchgangskoeffizient $k$

Bei einem TWD-System, das im Kontakt mit der Umgebung steht, kommen außer der Wärmeleitung noch die Transportphänomene der Konvektion und der Wärmestrahlung, die vereinfacht zum Wärmeübergang zusammengefaßt werden können, und die Strahlungsgewinne zum Tragen.

Der Wärmestrom  $q_\alpha$ , der sich durch den Wärmeübergang von einer Fläche ( $Fl$ ) an ihre Umgebung ( $Au$ ) ergibt, errechnet sich mit dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  zu

$$q_\alpha = \alpha \Delta T_{Fl,Au}. \quad (2.11)$$

Mit der Wärmedurchgangskoeffizient  $k$  werden die Leitungs- und Übergangsmechanismen eines eindimensionalen stationären oder masselosen Systems mit  $r$  Schichten<sup>8</sup> zusammengefaßt:

$$k_{1,r} = \left( \sum_{i=1}^r \frac{1}{\Lambda_i} + \sum_{i=1}^r \frac{1}{\alpha_i} \right)^{-1} \quad (2.12)$$

Damit läßt sich dann bei Kenntnis der Temperaturen zweier Schichten ( $m, n$ ) jede weitere Temperatur sowie der Wärmefluß

$$q = k_{m,n} \Delta T_{m,n}. \quad (2.13)$$

berechnen.

Der Wärmefluß  $q$  an einer Schicht (z.B die Absorberschicht ( $Ab$ ) der TWD-Wand) mit bekannter Temperatur und Einstrahlungsgewinnen durch Absorption läßt sich bei gegebener Umgebungstemperatur  $T_{Au}$  durch

$$q = k_{Ab,Au} \Delta T_{Au,Ab} - gE. \quad (2.14)$$

darstellen. Dabei ist  $g$  der Gesamtenergiedurchlaßgrad und  $E$  die flächenbezogene Einstrahlungsleistung. Der  $g$ -Wert gibt dabei an, welcher Anteil der Solarstrahlung an dieser Stelle als Wärmegegewinn vorliegt. Der  $g$ -Wert ist seinerseits von vielen Größen abhängig (Einfallswinkel der Strahlung oder Temperaturen der Oberflächen etc.) und kann nur näherungsweise als konstant angenommen werden [Goetzberger 93]. Detaillierte Untersuchungen hierzu sind von W. Platzer vorgenommen worden [Platzer 88].

Für eine ganze TWD-Wand läßt sich ähnlich der Gleichung 2.14, die näherungsweise auch bei instationären Betriebszuständen für den TWD-Teil der Wand anwendbar ist, ein mittlerer Wärmefluß

$$\bar{q} = k_{Au,In} \Delta \bar{T}_{Au,In} - \eta \bar{E} \quad (2.15)$$

definieren. Dabei ist  $\eta$  der solarthermische Wirkungsgrad und kann mit Hilfe des Wärmedurchgangskoeffizienten vom Absorber bis zum Innenraum  $k_{Ab,In}$  und vom Absorber nach außen  $k_{Ab,Au}$  als

$$\eta = g \frac{k_{Ab,In}}{k_{Au,Ab} + k_{Ab,In}} \quad (2.16)$$

geschrieben werden [Platzer 88]. Gleichung 2.15 ist aufgrund der großen Zeitkonstanten des Systems nur im Zusammenhang mit langfristigen Mittelwerten  $\bar{q}$ ,  $\bar{T}$  und  $\bar{E}$  aussagekräftig.

<sup>8</sup>Wenn zwischen zwei Schichten einer der beiden Transportmechanismen keinen Einfluß hat, wird der entsprechende Term bei der Summation vernachlässigt.

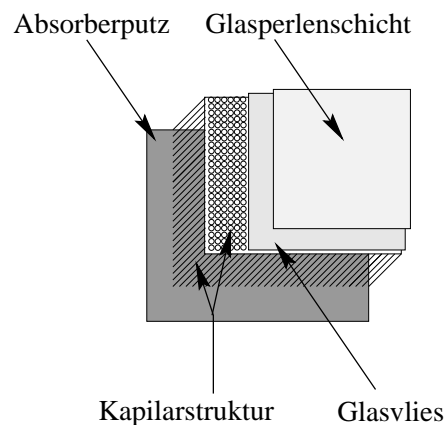


## Kapitel 3

# Experimenteller Aufbau

Am Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme wurde zur Charakterisierung des Systemverhaltens des TWDVS (Transparentes Wärmedämm-Verbund-System) in Kombination mit verschiedenen Wandmaterialien eine Testwand aufgebaut.

Das TWDVS besteht aus einer transparenten Polykarbonat-Kapillarstruktur, auf der Vorderseite abgedeckt durch ein Glasvlies, auf dem mit einem Polyurethanlack eine einlagige Glasperlenschicht befestigt wird. Die freien Röhrrchen auf der Rückseite eines so vorgefertigten Elements werden mit Hilfe eines gut absorbierenden Kunststoffputzes auf dem Wandmaterial befestigt. Das TWDVS ist derzeit das kostengünstigste TWD-System.



**Abbildung 3.1:** Skizze des Transparenten Wärmedämm-Verbund-Systems (TWDVS)

Genauere Einschätzungen zum Verhalten des TWDVS mit unterschiedlichen Baustoffen sind vor allem in Hinblick auf mögliche Altbausanierungen von Interesse. Auf diese Weise sollen die zu erwartenden Vorteile des TWDVS gegenüber opaker Dämmung sowie die Grenzen eines sinnvollen Einsatzes ermittelt werden.

Zu diesem Zweck wurde auf dem Testgelände des ISE eine Wand errichtet, die sich in sechs getrennte Teilflächen aus verschiedenen Wandmaterialien mit je ca. einem Quadratmeter Fläche untergliedert. Die Front dieser Wand ist nach Süden mit einer Abweichung von ca.  $13^\circ$  nach Westen ausgerichtet. Die Vorderansicht der Testwand ist in Abbildung 3.2 (Seite 12) skizziert. Photographien der Wand finden sich in Anhang A.3. Hier können die verwendeten Materialien, die Numerierung der Elemente, wie sie auch im folgenden benutzt wird, und ihre Maße entnommen werden. Abbildung A.2 ist eine Schnittzeichnung der Wand und zeigt sowohl den Schichtaufbau als auch die Trennung der Elemente voneinander und von der Umgebung.

In Tabelle 3.1 sind die Materialwerte der eingesetzten Baustoffe angegeben. Zur Erstellung der Tabelle wurde die Dichte der Baustoffe gemessen und anschließend anhand dieser

Tabelle 3.1: Gemessene Dichte der Baustoffe und andere Materialwerte aus der Literatur [Recknagel 85], [DIN 4108]

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Leitfähigkeit $\lambda$ $\left[\frac{W}{mK}\right]$	0,41	0,34	0,27	0,77	1,6	1,0
Wärmekapazität $c$ $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$	0,88	0,88	1,0	0,88	1,0	0,84
Dichte $\rho$ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	870	850	710	1750	2150	1900

Werte möglichst ähnliche Materialien in Baustofftabellen [DIN 4108] gesucht, deren Materialwerte dann übernommen wurden. Bei Beton streuen die Materialwerte je nach verwendetem Zuschlagstoff sehr weit, deshalb können die Werte nur als Anhaltspunkt betrachtet werden. Wegen der Verbindung von Ziegelsteinen mit Mörtel sind hier Materialrichtwerte für das gesamte Mauerwerk angegeben. Die genauen Werte sind stark von der Fertigung des Mauerwerks abhängig. Die meßtechnische Erfassung des Verhaltens der einzelnen Ele-

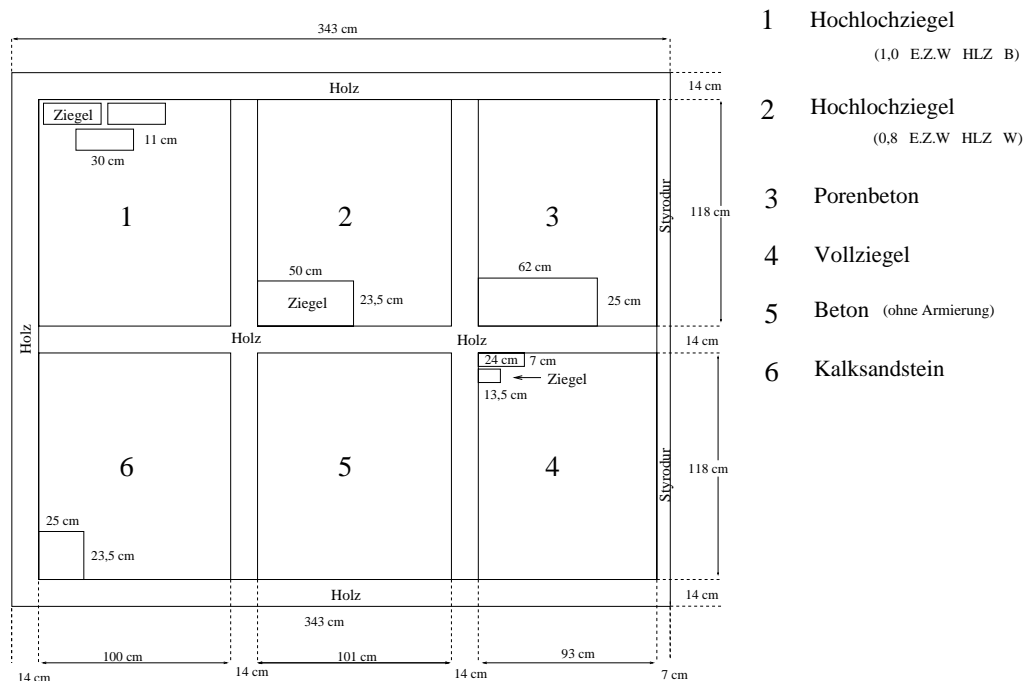


Abbildung 3.2: Skizze der Testwand, Außenansicht

mente wurde im Rahmen dieser Arbeit ausgelegt und installiert. Auch die Konstruktion und die bauliche Ausführung einer Klimakammer an der Rückseite der Testwand war nötig, um später entweder durch gezielte Anregung der Wand oder konstant gehaltene Temperatur gewünschte Systemzustände einzustellen. Sowohl die Meßtechnik als auch die

Funktionsweise der Klimakammer werden in den folgenden Kapiteln beschrieben.

### 3.1 Strahlungsmessung

Die Einstrahlung auf die Wand ist neben der Außen- und der Raumtemperatur bestimmend für das Verhalten der TWD-Wand. Da der Gesamtenergiedurchlaßgrad  $g$  vom Einfallswinkel der Strahlung abhängt, ist es für eine spätere detaillierte Modellierung nötig, die Strahlung in direkten und diffusen Anteil zu trennen. Eine Möglichkeit, dieser Anforderung näherungsweise gerecht zu werden, besteht darin, Meßwerte der diffusen Strahlung ( $E_{dh}$ ) und der Globalstrahlung ( $E_{gh}$ ) auf eine horizontale Empfängerfläche (beide werden auf dem Institutsdach gemessen) über ein Himmelstrahlungsmodell auf die gewünschte Fläche umzurechnen und anschließend die auf dieser Fläche gemessene Globalstrahlung (Pyranometer EMP siehe Abbildung A.3) entsprechend zu zerlegen. Die Messung von ( $E_{dh}$ ) geschieht mit einem Pyranometer, bei dem die direkte Einstrahlung durch einen Schattenring ausgeblendet wird. Dieser Schattenring liegt parallel zur Ekliptik und muß senkrecht zu dieser Ebene nachgestellt werden.

Um mögliche Abschattungseffekte, die u.a. durch Bäume hervorgerufen werden, zu erfassen, wurden an dafür günstigen Stellen über die Wand verteilt photovoltaische Strahlungssensoren positioniert. Da diese Sensoren ein wellenlängenspezifisches Ansprechverhalten haben, müssen sie, wenn der absolute Wert gefordert ist, mit Hilfe des Pyranometers kalibriert werden. Die Anordnung dieser Meßgeräte kann Abbildung A.3 entnommen werden.

Die Arbeitsweise der Strahlungsmeßgeräte soll im folgenden kurz skizziert werden.

**Pyranometer:** Das Pyranometer gehört zur Klasse der thermoelektrischen Sensoren. Seine Arbeitsweise beruht auf dem Thermo- oder Seebeckeffekt, der einen Spannungsabfall  $U_{th}$  zwischen zwei auf unterschiedlicher Temperatur befindlichen Kontakten verschiedener Leitermaterialien, einem Thermopaar, bewirkt. Der Spannungsabfall kann näherungsweise als lineare Funktion der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  angegeben werden [DIN 584].

$$U_{th} = k \Delta T \quad (3.1)$$

Im Pyranometer erwärmt sich eine unter einer Glasabdeckung befindliche Fläche durch Absorption der einfallenden Strahlung. Zwischen dieser Fläche und dem Gehäuse stellt sich eine Temperaturdifferenz ein. Das zu ihr proportionale Spannungssignal wird über eine Thermosäule (mehrere in Reihe geschaltete Thermopaare) bestimmt. Anhand der Beziehung

$$\frac{U_{th}}{E} = C \quad (3.2)$$

zwischen der Einstrahlung  $E$  und der Thermospannung wird die Kalibrierkonstante  $C$  ermittelt. Sie wird für jedes Pyranometer durch Kalibrierung bestimmt und in regelmäßigen Abständen überprüft. Durch den Zusammenhang

$$q = \Lambda \Delta T \quad (3.3)$$

zwischen der Wärmeflußdichte  $q$  (kurz Wärmefluß) und  $\Delta T$  wird dieser Ansatz verständlich. Der Wärmefluß  $q$ , der sich aufgrund der Einstrahlung ergibt, bewirkt eine Temperaturdifferenz  $\Delta T$ , die proportional zur Einstrahlung ist.

Die Zeitkonstante <sup>1</sup> der verwendeten Pyranometer liegt bei  $\tau \simeq 4s$ , ihre Meßgenauigkeit beträgt  $\pm 5\%$  [Wagner 94].

**Photovoltaische Strahlungssensoren:** Die photovoltaischen Strahlungssensoren sind Si-Solarzellen, deren einstrahlungsabhängiger Strom in ein dem Strahlungsfluß proportionales Spannungssignal umgewandelt wird. Die Kalibrierung der Sensoren wird am Fraunhofer-ISE vorgenommen. Die oben erwähnte spektrale Abhängigkeit ihrer Meßgenauigkeit ist ein Nachteil, der vor allem in den Morgen- und Abendstunden mit ihrem hohen Rotanteil zum Tragen kommt. Der Effekt anisotroper Reflektion an der Zelloberfläche verfälscht zudem die Messungen [Wagner 94]. Aus diesen Gründen können an dieser Stelle keine Fehlergrenzen dieser Sensoren angegeben werden.

## 3.2 Temperaturmessung

Das aus den Anregungen von innen und außen resultierende Systemverhalten der Wand soll im Rahmen der Möglichkeiten weitgehend erfaßt werden. Hierzu sind sowohl eine Messung der Außen- und der Raumlufttemperatur als auch detaillierte Messungen der Temperaturen an der Wand nötig.

Die einzelnen Meßstellen im Experiment sind den Abbildungen A.3 (Glasputz außen), A.4 (Glasputz innen) und A.5 (Putzoberfläche im Raum (PRI)) zu entnehmen. Die zu PRI analoge Anordnung von Meßsensoren befindet sich auf der gegenüberliegenden Absorberseite. Um eventuelle dreidimensionale Effekte beobachten zu können, wurden an den Elementen 3 und 5, Porenbeton und Beton, mehrere Sensoren über die Fläche verteilt. Die Raumlufttemperatur (innerhalb der Klimakammer Abbildung A.7) wird an den oberen Enden des Sammel- und des Verteilerrohrs und zusätzlich, um lokale Abweichungen feststellen zu können, 5 cm vor der Mitte jedes der sechs Elemente gemessen.

Alle verwendeten Thermosensoren sind Platin-Widerstandsthermometer  $Pt_{100}$ , deren Widerstand mittels 4-Leiter-Technik (siehe unten) bestimmt wird.

---

<sup>1</sup>Unter der Zeitkonstante wird hier die Zeit verstanden, die verstreicht, bis die Änderung der Temperaturdifferenz von einem stationären Betriebszustand (1) zum nächsten (2), hervorgerufen durch eine sprunghafte Änderung der Einstrahlung, auf den Wert  $\left| \frac{\Delta T_1 - \Delta T(\tau)}{\Delta T_1 - \Delta T_2} \right| = 1 - \frac{1}{e}$  fällt.



**Pt<sub>100</sub>-Thermofühler:** Die Grundlage der Messung mit diesen Fühlern ist der temperaturabhängige Widerstand  $R$  des Platinmetalls, das in Form eines dünnen Drahtes (c.a.  $25\mu\text{m}$ ) beispielsweise in einer Keramikmatrix eingebettet ist. Dieser kann im Temperaturbereich von  $\vartheta = 0^\circ\text{C}$  bis  $\vartheta = 850^\circ\text{C}$  durch ein Polynom

$$R = R_0 \left( 1 + A\vartheta + B\vartheta^2 \right) \quad (3.4)$$

mit

$$\begin{aligned} A &= 3,9080210^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}} \\ B &= -5,80210^{-7} \frac{1}{^\circ\text{C}^2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

approximiert werden [Nau 91]. Der Widerstand  $R_0$  wird als Nennwiderstand bezeichnet und hat bei einem  $Pt_{100}$  den Wert  $100\ \Omega$ . D.h. bei  $\vartheta = 0^\circ\text{C}$  ist der Widerstand  $R = R_0 = 100\ \Omega$ .

Der Widerstand eines solchen Fühlers ändert sich demnach um c.a.  $0,4 \frac{\Omega}{\text{K}}$ .

Fast alle verwendeten Thermometer gehören der DIN-Klasse A an. Ihre Toleranz beträgt  $F_{\text{tol}} \pm (0,15 + 0,002|\vartheta|)$ . Bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  ergibt sich somit eine Toleranz von  $\pm 0,19\text{K}$ .

**Vierleitermessung:** Der Widerstand wird über den Spannungsabfall ermittelt, der sich ergibt, wenn ein bekannter Strom  $I$  durch den  $Pt_{100}$  fließt:

$$R = \frac{U}{I} \quad (3.6)$$

Bei der Vierleitermessung wird der Widerstandsdraht an beiden Enden mit je zwei Drähten verbunden. Durch einen der so entstandenen Kreise fließt der Strom, am anderen wird stromlos die Spannung abgegriffen. Um die Eigen Erwärmung des Fühlers gering zu halten, wird ein relativ kleiner Strom (hier  $I = 1\text{mA}$ ) gewählt.

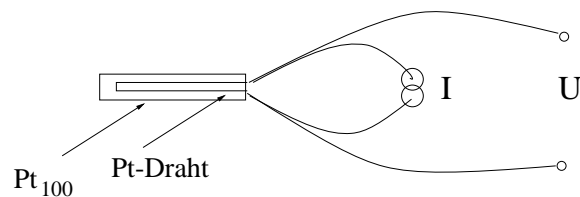


Abbildung 3.3: Vierleitermessung an einem  $Pt_{100}$

Schon kleine Abweichungen des Stroms vom Sollwert führen zu relativ großen Fehlern bei der Temperatur. Löst man Gleichung 3.4 nach  $\vartheta$  auf und setzt Gleichung 3.6 ein, so ergibt sich

$$\vartheta = -\frac{A}{2B} + \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{1}{B} \left(1 - \frac{U}{IR_0}\right)} \quad (3.7)$$

Durch partielles Ableiten nach I folgt

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial I} = \frac{1}{2} \frac{\frac{-U}{I^2 B R_0}}{\sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{1}{B} \left(1 - \frac{U}{IR_0}\right)}} \quad (3.8)$$

Bei den verwendeten Konstantstromquellen, deren Genauigkeit bei  $\Delta I_{offset} = \pm 0.1\%$  mit einer Temperaturabhängigkeit von  $\Delta I(\vartheta) = \pm \frac{50ppm}{K}$  [Pewatron 96] liegt, ergeben sich die daraus resultierenden Fehler der Temperatur im vorgesehenen Meßbereich zu

$$F_{offset} = \frac{\partial \vartheta}{\partial I} \Delta I_{offset} \simeq \pm 0,32K \quad (3.9)$$

und

$$F_{\vartheta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial I} \Delta I(\vartheta) \simeq \pm 0,045K \quad (3.10)$$

bei Temperaturschwankungen von  $\pm 3^\circ C$  am Ort der Konstantstromquelle.

Die quadratische Addition der Fehler bei  $20^\circ C$  an der Meßstelle ergibt den Gesamtfehler

$$F_{ges} = \pm \sqrt{F_{tol}^2 + F_{offset}^2 + F_{\vartheta}^2} \simeq \pm \sqrt{0,19^2 + 0,28^2 + 0,042^2} \simeq \pm 0,34K. \quad (3.11)$$

Die Bewertung dieses Fehlers ist von den Ansprüchen abhängig, die sich aus dem gestellten Problem ergeben. Sind kleine Temperaturdifferenzen zu erwarten, wie z.B. die Differenz zwischen der Raumlufttemperatur und der inneren Wandoberfläche, die oft kaum mehr als  $1K$  betragen wird, liegt der Fehler schon nahe der Hälfte des Meßwertes. Rückschlüsse auf Wärmeübergangskoeffizienten, die auf solchen Differenzmessungen beruhen, sind nicht zulässig.

### 3.3 Wärmeflußdichtemessung

Das Wissen über Wärmegewinne und -verluste an den Wandoberflächen ist von entscheidender Bedeutung für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit eines TWD-Systems. Ebenso

wie durch die Messung der Temperaturen kann das Verhalten der Wände in solchen Systemen durch Messung der Wärmeflußdichten<sup>2</sup> erfaßt werden. Die Messung der Wärmeflüsse an zwei gegenüberliegenden Stellen einer Wand ermöglicht unter anderem auch eine Abschätzung von Effekten, die nicht mit eindimensionalen Modellen erfaßt werden können.

Die Meßstellen an der raumseitigen Oberfläche können der Abbildung A.5 entnommen werden und sind auf der Absorberseite wieder genau gegenüberliegend angeordnet. Es kommen ausschließlich Wärmeflußplatten (WFP) der Fa. Ahlborn zum Einsatz. Bei der Betonwand (Element 5) wurden mehrere Platten so angeordnet, daß örtliche Unterschiede der Wärmeflüsse zum selben Zeitpunkt mit erfaßt werden können.

Bei der Installation der WFP wie auch der Temperaturfühler wurde darauf geachtet, daß diese direkt, oder zumindest so nahe als möglich, an der Oberfläche der Wände installiert wurden. Der Grund hierfür ist die langsame Ausbreitung der Temperaturfelder und Wärmeflüsse innerhalb der Wände. Dies bewirkt, besonders bei stark dynamischen Betriebszuständen, große Unterschiede der entsprechenden Meßgrößen schon bei geringer Entfernung von der Oberfläche (siehe Abbildung 9.3). Bei einer anschließenden Auswertung instationärer Messungen ergibt sich aus dem Zeitverhalten der Meßgrößen bei Nichtberücksichtigung der Einbautiefe<sup>3</sup> ein falsches Bild. Bei einer Parameterschätzung ergäben sich dann Werte, die diesen Fehler mit beinhalten<sup>4</sup>.

**Wärmeflußplatten:** Die Funktionsweise der WFP basiert wie die des Pyranometers auf dem Seebeckeffekt.

Man kann sich die WFP als eine Vielzahl in Reihe geschalteter Thermoelemente vorstellen. Der Temperaturunterschied  $\Delta T$  zwischen den Kontakten jedes dieser Elemente stellt sich aufgrund des Wärmewiderstandes  $\frac{1}{\lambda}$  des Mediums ein, in das sie eingebettet sind. Er ist proportional zum Wärmefluß  $q$ , der die Platte durchströmt  $\Delta T = \frac{q}{\lambda}$ .

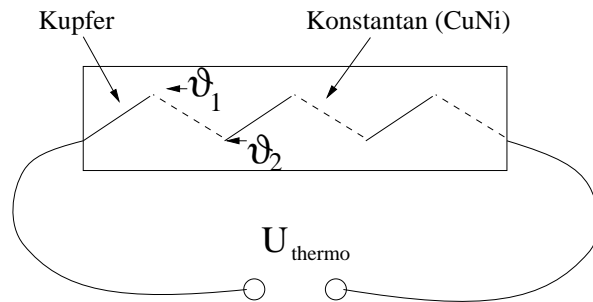


Abbildung 3.4: Prinzipskizze einer Wärmeflußplatte

Der Hersteller der Wärmeflußplatten (WFP) liefert diese in kalibriertem Zustand mit einer Kalibrierkonstante  $C[\frac{W}{\mu V m^2}]$ . D.h. bei jeder einzelnen Platte wird die Spannung gemessen, die sich ergibt, wenn sie bei einer Temperatur  $\bar{\vartheta} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = 25^\circ C$  von einem bekannten Wärmestrom durchflossen wird. Dabei ist  $\bar{\vartheta}$  die gemittelte Temperatur zwischen den

<sup>2</sup>Einfachheitshalber werden im folgenden Wärmeflußdichten verkürzt als Wärmeflüsse bezeichnet.

<sup>3</sup>Eine Berücksichtigung ist nicht immer möglich, da sie oft mit unsicheren Annahmen verbunden ist.

<sup>4</sup>Große Einbautiefen (z.B. unter Putz) auf beiden Seiten einer Wand führen zu einer kleinen Phase zwischen den Meßgrößen. Diese kleine Phase entspricht einer großen Temperaturleitfähigkeit  $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  und würde bei einer Identifikation ein zu kleines  $c_p$ , zu großes  $\lambda$  oder eine entsprechende Kombination ergeben.

beiden Seiten der Thermoelemente. Darüber hinaus ist es nach [Kuhn 95] nötig, die Wärmeflüsse für verschiedene  $\bar{\vartheta}$  durch einen weiteren Term  $g(\bar{\vartheta})$  zu korrigieren. So ergibt sich der Wärmefluß zu

$$q = \frac{C U_{thermo} g(25^{\circ}C)}{g(\bar{\vartheta})}, \quad (3.12)$$

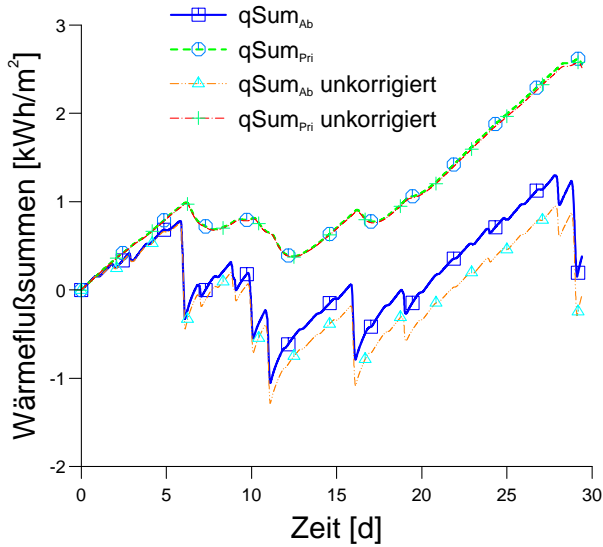
mit dem Korrekturfaktor

$$g(\bar{\vartheta}) = a_0 + a_1 \bar{\vartheta} + a_2 \bar{\vartheta}^2 \quad (3.13)$$

und seinen Koeffizienten

$$a_0 = 38,66056 ; \quad a_1 = 7,764023 \cdot 10^{-2} \left[ \frac{1}{K} \right] ; \quad a_2 = 1,14794 \cdot 10^{-4} \left[ \frac{1}{K^2} \right]. \quad (3.14)$$

Als Näherung der mittleren Temperatur kann die der nächsten Umgebung der WFP eingesetzt werden.



**Abbildung 3.5:** Vergleich korrigierter und unkorrigierter Wärmeflußsummen

Nebenstehende Abbildung zeigt den Einfluß der Temperaturkorrektur bei Messungen an einem TWD-Wandelement. Das Wandmaterial dieses Elementes hat eine geringe Wärmeleitfähigkeit und Dichte, daher wurden am Absorber (*Ab*) an schönen Tagen Temperaturen von über  $80^{\circ}C$  erreicht. Genau dann ergeben sich wegen der höheren Empfindlichkeit der WFP auch große Unterschiede zwischen korrigierten und unkorrigierten Wärmeflußsummen. An der Wandinnenseite (*Pri*) spielt die Korrektur eine untergeordnete Rolle, da die Temperaturen innerhalb des Meßzeitraumes nahe an der mittleren Kalibriertemperatur lagen.

Die vom Hersteller angegebene Genauigkeit der Kalibrierung beträgt  $\pm 5\%$ .

**Messung mit Wärmeflußplatten:** Bei der Messung mit Wärmeflußplatten müssen mögliche Einflüsse, die zu Fehlern führen können, weitgehend unterdrückt werden.

Eine Fehlerquelle ist die mögliche Verdrängung des Wärmeflusses aufgrund des Widerstandes der Platte oder ihrer schlechten Kontaktierung mit dem Untergrund. Diese Fehler werden besonders groß, wenn die Wärmeleitfähigkeit des Untergrundes und der Wärmeübergangskoeffizient zum angrenzenden Raum groß sind [Standart 87]. Sie können zu Meßfehlern von über 10% führen. Die Abweichung führt dabei immer zu einer Unterschätzung des tatsächlichen Wärmeflusses. Da die WFP vom Hersteller zwischen wärmedämmendem Material eingebettet kalibriert werden, ist ohne zusätzliche Maßnahmen grundsätzlich mit einem Fehler von ca.  $-3\%$  zu rechnen, wenn sie auf einer Wandoberfläche montiert werden.

Falsche Messungen erhält man auch, wenn der Wärmefluß die Platte nicht in Normalenrichtung zu den beiden Flächen der Platte durchfließt, die Isothermen also nicht parallel zu ihnen liegen. Auch dieser Effekt kann aus einer Verdrängung des Wärmeflusses resultieren. Die Bereiche der stark gekrümmten Wärmeflußlinien treten dann besonders in den Randbereichen der WFP auf<sup>5</sup>. Diese werden deshalb vom Hersteller mit einer inaktiven Randschicht (ca. 1,5 cm ohne Thermopaare) versehen, so daß die aktive Zone möglichst homogen durchflossen wird. Diese Randschicht allein ist aber nicht ausreichend, um den Effekt vollständig zu unterdrücken.

Um die gerade genannten Beeinflussungen der Messung gering zu halten, wurden die WFP seitlich in ein Material ähnlicher Leitfähigkeit  $\lambda \simeq 0,3 \frac{W}{mK}$  eingebettet und somit das Ausweichen des Wärmeflusses minimiert<sup>6</sup>.

Auch kleine Luftblasen unterhalb der WFP können zur Verdrängung und Ablenkung des Wärmeflusses beitragen. Deshalb wurde vor der Montage eine Versuchsserie mit dem Ziel der blasenfreien Montage durchgeführt<sup>7</sup>. Der Fehler, der sich aus den oben genannten Gründen ergibt, kann nur grob abgeschätzt werden, sollte aber nicht mehr als  $-5\%$  betragen.

Eine weitere Einschränkung der Meßgenauigkeit ergibt sich durch die Inhomogenität des Wandmaterials und durch andere Gründe für Störungen des Wärmeflusses in der Wand. Diese Effekte können einen sehr großen Einfluß haben. Bei regelmäßig heterogenen Wänden, z.B. Mauerwerk, können diese Effekte nach [SIA] durch die Messung an 7 unterschiedlichen Stellen weitgehend ausgeglichen werden. Aber auch für homogenere Materialien werden noch 5 Meßstellen vorgeschlagen. Aufgrund des finanziellen sowie des apparativen Aufwands konnte dieser Forderung nicht entsprochen werden. Stattdessen wurde durch die

---

<sup>5</sup>Eine ausführliche Behandlung dieser Problematik findet sich in [Graaf 85]. Wenn die Wärmeleitfähigkeiten der an die WFP grenzenden Materialien größer sind als die der Platte selber, führt dies bei der Messung zu einer Unterschätzung des Wärmeflusses. Eine Randschicht aus dem Material der WFP reduziert den Fehler.

<sup>6</sup>Bei diesem Material handelt es sich um einen speziellen Gipsputz, der auf die gesamte unbedeckte Oberfläche der Wandelemente aufgetragen wurde.

<sup>7</sup>Die Versuche bestanden darin, transparente Plexiglasscheiben so auf der Wand zu befestigen, daß nach Aushärten des jeweils verwendeten Klebstoffs keine eingeschlossenen Blasen zu erkennen waren. Der verwendete Klebstoff sowie die Vorgehensweise beim Ausstreichen erwiesen sich als sehr wichtig. Der Vollständigkeit wegen sei hier erwähnt, daß die Wahl schließlich auf "Patex Montage" fiel. Nach Herstellerangaben kann selbst bei Temperaturen bis gut  $100^\circ C$  davon ausgegangen werden, daß keine Ausgasung stattfindet.

Auflage einer 2cm dicken Putzschicht zwischen WFP und Wandmaterial eine möglichst gute Homogenisierung der Wärmeflüsse angestrebt.

### 3.4 Feuchtemessung

Bei TWDVS ist schon mehrfach Taubildung an der Innenseite des Glasputzes beobachtet worden. Um diesen Effekt genauer studieren zu können, werden die relativen Luftfeuchten im Raum, außen und hinter dem Glasputz der Elemente 1 und 6 gemessen (siehe Abbildung A.4). Als Meßfühler dienen innen und am Putz kapazitive Feuchtesensoren mit Meßfehlern  $< \pm 5\%$  bei  $20^\circ\text{C}$ . Außen kommt ein Haarhygrometer zum Einsatz.

### 3.5 Messung der Windgeschwindigkeit

Die Messung der Windgeschwindigkeit hat zum Ziel, Tage, an denen hohe Geschwindigkeiten auftreten, bei der Identifikation des k-Wertes auszuschließen. Weder die Anbringung noch das Ansprechverhalten des Sensors erlauben eine detaillierte Untersuchung geschwindigkeitsabhängiger Einflüsse.

### 3.6 Klimakammer

Um gezielt Einfluß auf das Verhalten der Testwand ausüben zu können (siehe auch Kapitel 6), wurde an der Innenseite der Testwand eine Klimakammer errichtet. Abbildung A.6 zeigt eine Seitenansicht und Abbildung A.7 eine Innenansicht der Kammer. Die Kammer ist ein an die Wand geflanschter abgedichteter Styrodur-Kasten. Über ein Rohr gelangt Luft aus einem externen Klimagerät zum Einlauf und wird in ein Verteilerrohr geleitet<sup>8</sup>. Die Luft tritt durch das Sammelrohr wieder aus und wird erneut dem Klimagerät zugeführt. Das Klimagerät erlaubt die Einstellung verschiedener Temperaturen und Feuchtegehalte der Zuluft. Es ermöglicht sowohl extreme Anregungen des Systems, als auch das Einstellen "konstanter" Luftzustände im Raum. Letzteres ist vor allem wichtig im Hinblick auf die Wahl eines Betriebszustandes, wie er ähnlich auch beim Einsatz des Systems zur Raumheizung zu erwarten ist.

### 3.7 Datenerfassung

Zur Erfassung der verschiedenen Meßgrößen wird das Datenerfassungsgerät HP 3852A der Firma Hewlett Packard eingesetzt. Damit können in der derzeitigen Konfiguration

---

<sup>8</sup>Dieses Rohr hat einen Durchmesser von ca. 20 cm und ist mit Bohrungen versehen, durch die die vorklimatisierte Luft in den Raum einströmen kann. Ebenso wie das baugleiche Sammelrohr dient es der Homogenisierung der Strömung.

bis zu 100 Spannungs- oder Widerstandsmessungen zur Erfassung von Temperaturen und anderen Sensoren mit hohen Abtastraten durchgeführt werden.

Dieses System ermöglicht die Untersuchung mehrerer Anlagen gleichzeitig durch die quasi-parallele Abarbeitung unterschiedlicher Meßaufgaben. Das verwendete Gerät läßt sich modular erweitern und damit an eine neue Aufgabenstellung anpassen.

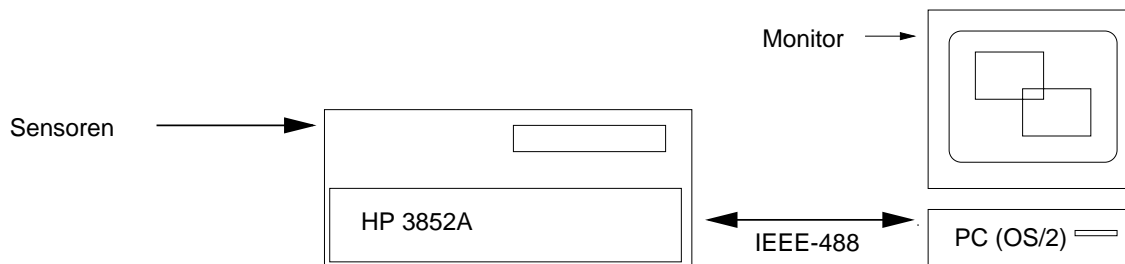


Abbildung 3.6: Prozeßsteuerung und Datenerfassung in schematischer Darstellung: Zur Datenaufnahme und Steuerung wird ein HP 3852A eingesetzt, das von einem PC unter OS/2 angesteuert wird.

Als Betriebssystem wurde OS/2 gewählt, da sich mit diesem System kostengünstig ein Multitasking-Betrieb realisieren läßt und es über Echtzeiteigenschaften verfügt, die für den Betrieb des Teststandes ausreichend sind. Dadurch kann der PC über die Steuerung der Datenerfassung hinaus weitere Aufgaben übernehmen, z.B.:

- Visualisierung von Meßergebnissen
- Qualitätskontrolle der Messung
- Zugang zu den Meßdaten auch während der Messungen.

Abbildung 3.6 zeigt die Funktionen der Prozeßsteuerung und Datenerfassung in schematischer Darstellung.

**Das Datenerfassungsprogramm:** Der Einsatz des zur Durchführung von Systemuntersuchungen an thermischen Solaranlagen entwickelten Datenerfassungsprogramms **tplus** gewährleistet eine hohe Betriebssicherheit des Systems und ermöglicht die Aufzeichnung einer konfigurierbaren Anzahl von Meßkanälen [Gerber 95]. In einer Konfigurationsdatei wird die Meßaufgabe in Untereinheiten geordnet festgelegt.

Im Abschnitt „Sensoren“ werden die Meßkanäle deklariert. Es kann eine beliebige Anzahl von Sensoren konfiguriert werden (in Abhängigkeit von den Möglichkeiten des Datenerfassungssystems). Für  $PT_{100}$  sind die Konstanten vordefiniert. Für andere Meßgrößen müssen hier die Umrechnungsalgorithmen eingegeben werden.

Für jeden Sensor kann neben dem Meßkanal des Datenerfassungsgerätes angegeben werden, ob er abgespeichert werden soll und ob der Mittelwert oder die Summe innerhalb des Zeitintervalls gespeichert wird.

Auf weitere Optionen dieses Programms soll hier nicht eingegangen werden.

**Fehlergrenzen der Datenerfassung:** Die Fehler bei der Datenerfassung sind im wesentlichen durch die Meßgenauigkeit des Signals der Meßgeräte gegeben. Der hierzu verwendete Multiplexer HP 3852A hat bei der zur Spannungsmessung<sup>9</sup> gewählten Einstellung eine Genauigkeit von  $\pm 6\mu V$ . Hinzu kommen die zum Meßwert proportionalen Anteile ( $\pm 0.008\%$  für den Meßbereich  $\pm 300mV$  und  $\pm 0.02\%$  im Bereich  $\pm 30mV$ ) zuzüglich  $\pm 0.01\%$  falls die letzte Kalibrierung länger als 90 Tage zurückliegt [HP-Manual 88].

Der Fehler der Temperaturmessung durch die Datenerfassung ergibt sich mit der Ableitung von Gleichung 3.7 (Seite 16) nach der Spannung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial U} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{IBR_0}}{\sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 - \frac{1}{B} \left(1 - \frac{U}{IR_0}\right)}} \quad (3.15)$$

zu

$$F_{HP3852A} = \frac{\partial \vartheta}{\partial I} \Delta U_{HP3852A} \simeq \pm 0,036K \quad (3.16)$$

und ist somit wesentlich kleiner als der Fehler  $F_{ges}$  (Gleichung 3.11).

Auch die Fehler der Wärmeflüsse und der anderen Meßgrößen, die sich durch die Datenerfassung ergeben, sind gegenüber den sonstigen Unsicherheiten vernachlässigbar klein.

---

<sup>9</sup>Alle Meßsignale liegen als Potentialdifferenzen vor oder werden vor dem Eingang in den Multiplexer entsprechend transformiert.



## Kapitel 4

# Modellbildung für die dynamische Parameteridentifikation

Die dynamische Parameteridentifikation erfordert im Unterschied zu statischen (z.B. im Labor) oder quasi-statischen Methoden (durch Mittelwertbildung) der Parameteridentifikation die zeitabhängige Modellierung des betrachteten Systems. Das Verhalten einer TWD-Wand im Freiland ist wegen ihrer großen Trägheit praktisch zu keinem Zeitpunkt stationär. Dieses Verhalten soll anschließend noch einmal verdeutlicht werden, um die Notwendigkeit der dynamischen Simulation unter Berücksichtigung der Trägheit zu veranschaulichen.

**Einschub zur thermischen Trägheit:** Zur Veranschaulichung dieser Tatsache soll hier die Halbwertszeit  $\tau_{\frac{1}{2}}$  eines halbusendlichen Körpers <sup>1</sup> dienen, also die Zeit, für die gilt

$$\frac{\Delta T(\Delta t = \tau_{\frac{1}{2}})}{\Delta T(t = \infty)} = \frac{1}{2}. \quad (4.1)$$

Sie errechnet sich nach [Grigull 79] zu

$$\tau_{\frac{1}{2}} = 1.099 \frac{x^2}{a}. \quad (4.2)$$

Für Beton mit  $\lambda \simeq 1,4 \frac{W}{mK}$ ,  $\rho \simeq 2000 \frac{kg}{m^3}$ ,  $c_p \simeq 1000 \frac{J}{kgK}$ ,  $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  ergibt sich bei  $x = d = 26cm$

$$\tau_{\frac{1}{2}} \simeq 30h.$$

Eine andere Möglichkeit, die zu erwartende Zeitkonstante zu gewinnen, ist die Simulation. Abbildung 4.1 zeigt das simulierte Verhalten einer außen wärmegeämmten Wand bei einer sprunghaften Änderung der Innentemperatur ( $\vartheta_i$ ). Die Dämmung wird als opak

---

<sup>1</sup>Ein halbusendlicher Körper hat eine Oberfläche bei  $x = 0$  und erstreckt sich von  $0 \leq x$  bis  $x < \infty$ . Diese Eigenschaften kommen bei natürlichen Systemen zugegebenermaßen "relativ selten" vor, haben aber den Vorteil sehr überschaubarer Lösungen.

angenommen, ihr Wärmedurchgangskoeffizient entspricht aber der einer möglichen TWD. Die Grenzfläche zwischen Dämmschicht und Beton ( $d=26\text{cm}$ ) wird als Absorberschicht ( $Ab$ ) bezeichnet.

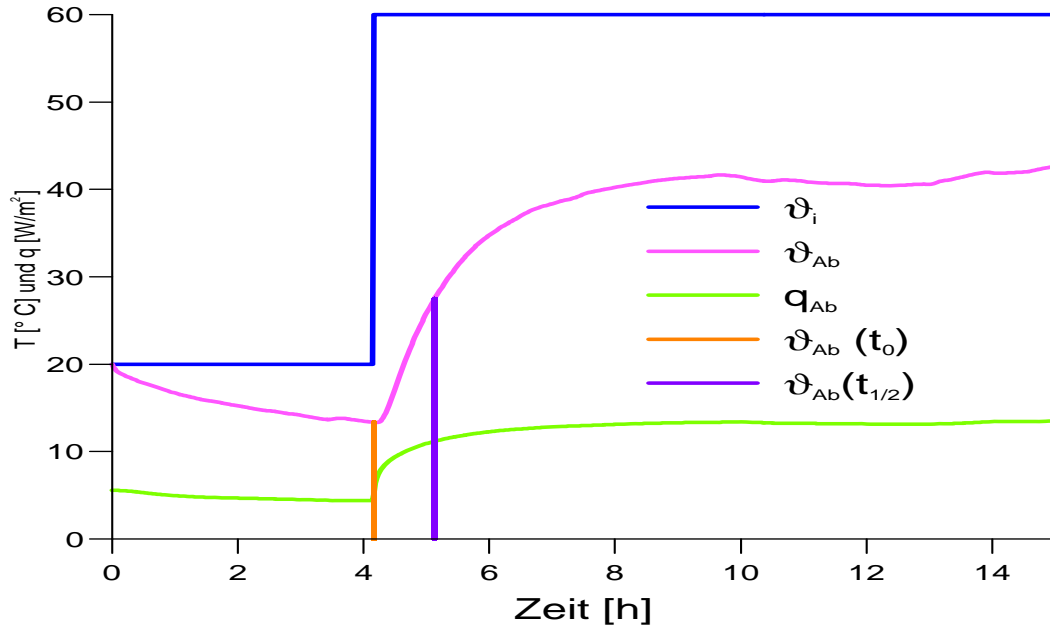


Abbildung 4.1: Reaktion der Absorbtemperatur  $\vartheta_{Ab}$  und des Absorberwärmeflusses  $q_{Ab}$  auf eine sprunghafte Änderung der Raumtemperatur  $\vartheta_i$ : Die Temperatur  $\vartheta_{Ab}$  ändert sich vom Zeitpunkt  $t_0$  bis zum Erreichen des quasi-stationären Endwerts  $\vartheta_{Ab}(t = \infty)$  um ca.  $27\text{K}$ . Der halbe Wert dieser Veränderung ist nach  $\tau_{\frac{1}{2}} \simeq 23\text{h}$  erreicht. Die Abnahme von  $\vartheta_{Ab}$  zu Beginn der Berechnungen bis zum Zeitpunkt der Anregung resultiert aus der Anfangsbedingung einer isotropen Temperatur in der Wand und somit auch am Absorber mit  $\vartheta_{Ab}(t = 0) = 20^\circ\text{C}$ .

Die Verläufe der Temperaturen und Wärmeflüsse ( $\vartheta_{Ab}$ ) und ( $q_{Ab}$ ) sind mit dem Simulationsprogramm TRNSYS (siehe Abschnitt 4.1.2) gerechnet. Die Umgebungstemperaturen, die bei der Simulation verwendet wurden, stammen aus dem künstlichen Datensatz Testreferenzjahr Freiburg TRY7 [Blümel 86]. Der große Temperatursprung wurde gewählt, damit die Reaktion nicht von wetterbedingten Schwankungen dominiert wird. Aus dem Anstieg der Absorbtemperaturkurve läßt sich eine Halbwertszeit von ca. einem Tag abschätzen. Die Schwankungen, die sich aufgrund der äußeren Bedingungen ergeben, machen deutlich, daß sich nie ein stationärer Zustand einstellt. Bei zusätzlicher Berücksichtigung der Einstrahlung wäre es so gut wie unmöglich, die Zeitkonstante des Systems abzulesen. Dies gilt natürlich auch für Messungen an TWD-Systemen im Freiland.

Eine Konsequenz der großen Zeitkonstanten ist, daß alle Einflüsse, die auf das System in nicht vernachlässigbarem Maße einwirken, über lange Zeit sein Verhalten bestimmen. Falls diese Eingangsgrößen nicht oder nur fehlerhaft durch die Messungen erfaßt werden, wie es beispielsweise bei ungleichmäßigen Verschattungen der TWD-Elemente der Fall ist, kann

eine numerische Abbildung des Systemverhaltens nicht die Meßergebnisse widerspiegeln. Wenn der zeitliche Abstand solcher störender Einflüsse kleiner als einige Zeitkonstanten ist, muß das System zu jedem Zeitpunkt als gestört betrachtet werden <sup>2</sup>.

## 4.1 Rechenmodelle zur Simulation von TWD-Wänden

Um anhand von instationären Messungen an ausgeführten TWD-Wänden die systembestimmenden Parameter identifizieren zu können, ist es nötig, das Systemverhalten mit Hilfe von parametrischen Modellen abzubilden und anschließend die Rechenergebnisse mit Meßwerten zu vergleichen. Durch geeignete Vergleichsverfahren werden die Parameterwerte bis zur bestmöglichen Übereinstimmung der beiden Zeitreihen (Messung - Rechnung) verändert. Die Parameter, die zur besten Anpassung führen, werden dann als der gewünschte Parametersatz interpretiert. Zur Parameteridentifikation (-schätzung) wird in dieser Arbeit die Identifikations-Software MRQT [Linden 93] genutzt. Die Parameterschätzung, die in diesem Programm implementiert ist, arbeitet nach dem Marquardt-Levenberg-Verfahren (siehe Kapitel 5). Ein Unterprogramm (PASTA) dieses Softwarepakets ermöglicht die Modellierung verschiedenster Systeme und eignet sich im besonderen auch für die rechnerische Nachbildung von TWD-Wänden.

Das Programm TRNSPID [Voit 95] ermöglicht eine Interaktion von MRQT mit der Simulationssoftware TRNSYS. Hierbei werden die von TRNSYS (siehe Abschnitt 4.1.2) errechneten Zeitreihen zur Parameteranpassung an MRQT übergeben und umgekehrt die veränderten Parameterwerte in einem neuen Deck an TRNSYS zur erneuten Berechnung. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis die Kriterien zum Abbruch der Parameterschätzung erfüllt sind. Dann erfolgt die Ausgabe der geschätzten Parameterwerte und verschiedener statistischer Informationen und die Ausführung des Programms wird beendet.

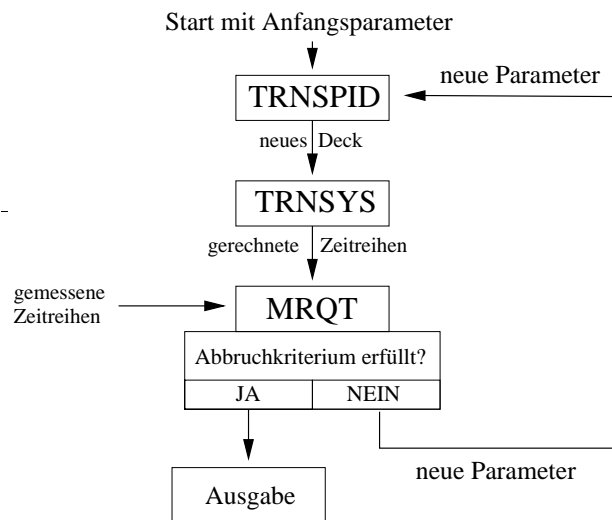


Abbildung 4.2: Ablaufdiagramm des Parameteridentifikationsprogramms TRNSPID

<sup>2</sup>Für eine Parameteridentifikation folgt hieraus, daß die gestörten Messungen verwendet werden müssen, da es ja nur solche gibt. Die Parameter werden dann die Werte sein, mit denen das gestörte System bei Verwendung des gewählten parametrischen Modells am besten wiedergegeben wird. D.h sie werden zur impliziten Kompensation der Fehler veränderte Werte erhalten. Mit zunehmender Größe der Störungen wird dann eine physikalische Interpretation der Parameter immer schwieriger.

Die Rechenmethoden der beiden Programme PASTA und TRNSYS sollen in den folgenden Abschnitten beschrieben werden.

#### 4.1.1 Rechenmodelle des Programms MRQT

In MRQT (PASTA) werden die Gleichungssysteme der trägen Systemteile (hier die Wände) nach einem impliziten Finite-Differenzen-Verfahren berechnet [Dijk 94]. Im Ortsraum kann man sich das System in RC-Glieder zerlegt vorstellen. Diese Vorgehensweise entspricht der Bildung eines Beukenmodells, d.h. der räumlichen Diskretisierung der Differentialgleichung durch Untergliederung der Wand in  $n$  Teilbereiche  $j$  mit der Dicke  $\Delta x_j$  und  $n + 1$  Knoten mit der flächenspezifischen Kapazität

$$C_k = \frac{\rho_{k-1} c_{p,k-1} \Delta x_{k-1} + \rho_k c_{p,k} \Delta x_k}{2} \quad (4.3)$$

und den die Knoten verbindenden Wärmewiderständen <sup>3</sup>

$$R_j = \frac{1}{\Lambda_j} = \frac{\Delta x_j}{\lambda_j}. \quad (4.4)$$

In Abbildung 4.3 ist ein RC-(Beuken)-Modell skizziert, wie es für eine TWD-Wand in Frage kommt.

Zur numerischen Berechnung des Zeitverhaltens der Wand wird eine zeitliche Diskretisierung in Zeitintervalle

$$\Delta t = t_{m+1} - t_m \quad (4.5)$$

vorgenommen. Die implizite Formulierung der eindimensionalen Fourierrechnung 2.9 für das oben skizzierte Wandelement durch zeitliche Rückwärtsdifferenzen

$$C_k \frac{T_{k,m} - T_{k,m-1}}{\Delta t} = \frac{1}{R_{k-1}} T_{k-1,m} - \left( \frac{1}{R_{k-1}} + \frac{1}{R_k} \right) T_{k,m} + \frac{1}{R_k} T_{k+1,m} \quad (4.6)$$

führt auf ein lineares Gleichungssystem, in welchem die neuen Temperaturen zum Zeitpunkt  $t_m$  **implizit** enthalten sind [Feist 93]. Der Vorteil der impliziten Formulierung gegenüber einer expliziten Finite-Differenzen-Methode liegt darin, daß die Lösung für alle Zeitschrittweiten stabil ist (siehe a.a.O.).

Der Benutzer muß das System analysieren und in RC-Untereinheiten zergliedern. Dabei werden die systembestimmenden Parameter festgelegt, die auch als Funktionen von Temperaturen oder anderen Eingangsgrößen definiert werden können. Strahlungsgewinne werden als Quellterme berücksichtigt und mit einem Parameter, der dem g-Wert entspricht, ausgestattet. Auch dieser kann als abhängige Variable definiert werden. Die Möglichkeit der Wahl variabler Parameter bedeutet, daß auch nichtlineare Modelle erstellt werden

<sup>3</sup>Die Gleichungen 4.3 und 4.4 gelten für isotrope Medien. Die entsprechenden Ausdrücke für anisotrope Materialien müssen in integraler Form angegeben werden (siehe auch [Feist 93]).

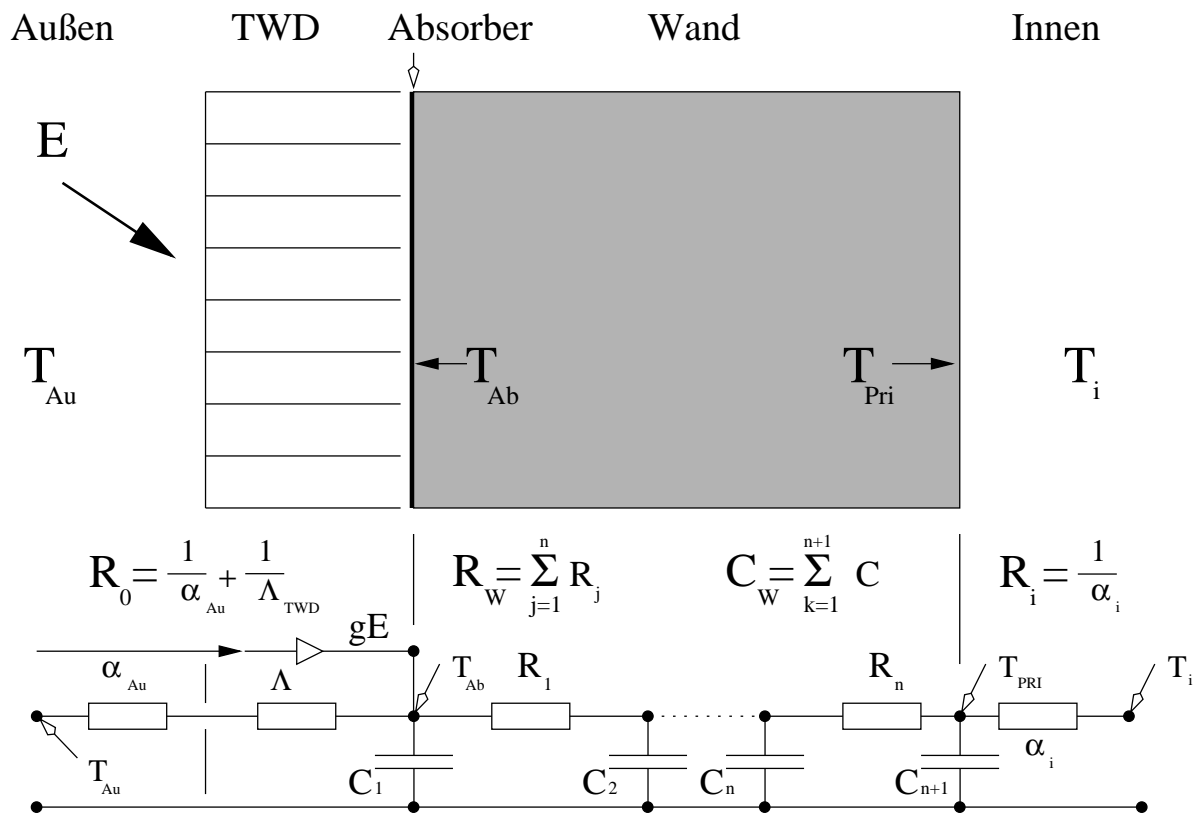


Abbildung 4.3: RC-Modell einer TWD-Wand

können. Dies stellt einen Vorteil gegenüber dem im nächsten Abschnitt beschriebenen Berechnungsverfahren durch Z-Transformation dar.

Eine weitere Option bei der Erstellung des MRQT-Modells besteht darin, mehrere Parameter, beispielsweise mehrere Widerstände  $R_j$ , linear miteinander zu verknüpfen. Dadurch kann die Zahl der Parameter, die später identifiziert werden, stark reduziert werden.

**Einfluß der Knotenanzahl:** Die Anzahl der verwendeten Knoten hat einen entscheidenden Einfluß auf die Güte der numerischen Abbildung des Systems. Die anhand eines Modells ermittelten Parameterwerte des Gesamtsystems  $R_W$  und  $C_W$  dürfen sich bei Veränderung der Knotenanzahl nur noch sehr wenig verändern. Erst dann ist das in dieser Hinsicht “richtige” Modell gefunden.

Für Systemteile ohne Trägheit werden die entsprechenden analytischen Gleichungen gelöst (siehe auch Kapitel 2).

### 4.1.2 Simulationssoftware TRNSYS

TRNSYS (Transient System Simulation Programm) ist ein für zeitabhängige Systeme vorgesehenes Softwarepaket [Klein 90]. Seine Hauptanwendungsfelder sind die Simulation von Kollektoranlagen und des thermischen Verhaltens von Gebäuden. Sein modularer Aufbau, der die Verbindung vieler Einzelsysteme zu einem Komplex ermöglicht, verleiht ihm eine große Flexibilität. Die Einzelkomponenten (s.g. TYPES) können, sofern sie für das zu behandelnde Problem noch nicht entwickelt sind, in FORTRAN77 geschrieben werden. Über das TRNSYS-DECK findet die Verknüpfung zum Gesamtsystem statt.

Im TRNSYS-TYPE 56, der die Simulation ganzer Gebäude ermöglicht, werden die (trägen) Wände mit Hilfe von Z-Transferfunktionen abgebildet. Dieses analytische Lösungsverfahren zeichnet sich durch eine extrem kurze Rechenzeit aus und ist daher besonders für die Simulation komplexer Systeme geeignet.

Da sich TRNSYS im Laufe dieser Arbeit dank seiner Vielseitigkeit zum bevorzugten Simulationsprogramm bei der Parameteridentifikation (über die Kopplung TRNSYS/MRQT durch TRNSPID) entwickelt hat, soll hier der Lösungsalgorithmus skizziert werden. Ein wesentlicher Vorteil dieses Lösungsverfahrens ist seine einfache Handhabung im Gegensatz zu dem in MRQT implementierten Finite-Differenzen-Verfahren (siehe 4.1.1, Einfluß der Knotenanzahl), bei dem die Veränderung des Modells mühsamer und die richtige Wahl der Knotenzahl problematisch ist.

### Lösung der eindimensionalen Fourierrechnung durch Z-Transformation

In diesem Abschnitt wird das Prinzip der Lösung von Differentialgleichungen durch Z-Transformation anhand einer gewöhnlichen Differentialgleichung beschrieben. Anschließend folgt die Übertragung dieser Methode in der in TRNSYS implementierten abgewandelten Form zur Lösung der Fourierrechnung. Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, daß hier zuerst eine Laplace-Transformation der Fourierrechnung vorgenommen wird. Dadurch geht sie von einer partiellen in eine gewöhnliche Differentialgleichung über. Die Lösung dieser Gleichung im Laplace-Raum, der anschließende Übergang in den Z-Raum und die daraus gewonnene Lösung im diskretisierten Zeitraum werden skizziert.

**Prinzip:** <sup>4</sup> Zu einem gegebenen Zeitpunkt soll der Zustand eines Systems und seine Fortentwicklung über eine Differentialgleichung der Form

$$\dot{Z}(t) = f(Z(t), X(t)) \quad (4.7)$$

beschreibbar sein. In dieser Zustandsgleichung ist  $Z(t)$  der Zustandsvektor des Systems, also die vektorielle Darstellung seiner Zustandsgrößen. Dieses System reagiere aufgrund

---

<sup>4</sup>Die Herleitung der Lösung linearer Differentialgleichungssysteme in diesem Abschnitt lehnt sich an die Darstellungen in [Dijk 94] und [Föllinger 90b] an.

einer oder mehrerer Ursachen  $X(t)$  (den Eingangsgrößen) mit der Veränderung der Ausgangsgrößen  $Y(t)$ . Der Wert von  $Y(t)$  sei zu jedem Zeitpunkt durch eine Funktion von  $X(t)$  und  $Z(t)$  gegeben. Dieser Zusammenhang läßt sich in der Form

$$Y(t) = g(X(t), Z(t)) \quad (4.8)$$

als ‘‘Observablengleichung’’ darstellen. Sowohl die Eingangs- als auch die Ausgangsgrößen sollen hier im Gegensatz zum Zustandsvektor als observabel (technisch observabel, also einer Messung zugänglich) betrachtet werden. Mit den Gleichungen 4.7 und 4.8 ist das System vollständig beschrieben. Auf diese Art der Beschreibung geht die Lösung des Wärmeleitungsproblems durch finite Differenzen zurück, bei der der Zustand des Systems stückweise abgebildet wird<sup>5</sup>. Eine andere Möglichkeit besteht darin, das System ohne seinen inneren Zustand durch eine Differentialgleichung, die nur die Observablen  $X(t)$  und  $Y(t)$  und ihre Ableitungen enthalten, zu beschreiben<sup>6</sup>:

$$f\left(Y(t), Y^{(1)}(t), Y^{(2)}(t), \dots, Y^{(n)}(t); X(t), X^{(1)}(t), X^{(2)}(t), \dots, X^{(n)}(t)\right) = 0 \quad (4.9)$$

Im zeitlich diskretisierten Fall, wie sie eine Impulsfolge von Einzelmessungen darstellt, geht Gleichung 4.9 in

$$f\left(Y(0), Y(\Delta t), Y(2\Delta t), \dots, Y(n\Delta t); X(0), X(\Delta t), X(2\Delta t), \dots, X(n\Delta t)\right) = 0 \quad (4.10)$$

über. Dieser Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen zu verschiedenen Zeiten soll also das Systemverhalten vollständig beschreiben.

**Lineare gewöhnliche Differentialgleichung:** Die Zustandsgleichung in Form eines linearen Differentialgleichungssystems mit konstanten Koeffizienten<sup>7</sup>, d.h. der Art

$$\dot{Z}(t) = A'Z(t) + B'X(t) \quad (4.11)$$

und die Observablengleichung

$$Y(t) = C'Z(t) + D'X(t) \quad (4.12)$$

können im durch Zeitintervalle  $\Delta t = t_{m+1} - t_m$  diskretisierten Raum<sup>8</sup> durch die Gleichungen

$$Z_{m+1} = AZ_m + BX_m \quad (4.13)$$

---

<sup>5</sup>Durch die Zerlegung des Systems im Ortsraum und die Berechnung der Temperaturen an jedem Knoten wird der Zustand des Systems stückweise abgebildet.

<sup>6</sup>Aufgrund der Beschreibung ohne die Verwendung des Zustandsvektors wird sie auch als externe Darstellung bezeichnet [Dijk 94].

<sup>7</sup>Die Konstanz der Koeffizienten ist gleichbedeutend mit der Konstanz der systembeschreibenden Modellparameter.

<sup>8</sup>Durch Abtasten eines kontinuierlichen Signals (Meßwerterfassung) bei der technischen Datenaufnahme erhält man Meßgrößen zu diskreten Zeitpunkten.

und

$$Y_{m+1} = CZ_{m+1} + DX_{m+1} \quad (4.14)$$

dargestellt werden.

Zur Lösung dieses Gleichungssystems bietet sich der Wechsel in den Z-Bereich durch Z-Transformation<sup>9</sup> an. Durch die Transformation gehen die Gleichungen in 4.13 und 4.14 in

$$z\tilde{Z}(z) = A\tilde{Z}(z) + B\tilde{X}(z) \quad (4.16)$$

und

$$\tilde{Y}(z) = C\tilde{Z}(z) + D\tilde{X}(z) \quad (4.17)$$

über<sup>10</sup>.

Jetzt läßt sich der Zustandsvektor  $\tilde{Z}(z)$  eliminieren und man gelangt zur externen Darstellung:

$$\tilde{Y}(z) = [C((sI - A))^{-1}B + D] \tilde{X}(z) \quad (4.18)$$

Durch Einführung der Übertragungsmatrix  $G$  läßt sich Gleichung 4.18 als

$$\tilde{Y}(z) = G\tilde{X}(z) \quad (4.19)$$

darstellen und lautet ausgeschrieben

$$\tilde{y}_k(z) = \sum_{\nu}^p G_{k,\nu} \tilde{X}_{\nu}(z). \quad (4.20)$$

Das  $G_{k,\nu}$ -te Element der Übertragungsmatrix verknüpft die  $\nu$ -te Eingangsgröße mit der  $k$ -ten Ausgangsgröße.

Wird nur der direkte Zusammenhang zwischen einer Eingangs- und einer Ausgangsgröße berücksichtigt, vereinfacht sich der Zusammenhang zu

$$g(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{x}(z)} \quad (4.21)$$

und kann in der Form

$$g(z) = \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} \dots + \beta_n z^{-n}}{\alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} \dots + \alpha_n z^{-n}} \quad (4.22)$$

---

<sup>9</sup>Bronstein schreibt hierzu "Die Z-Transformation ordnet einer Zahlenfolge  $\{f_n\}$  eine Funktion  $F(z)$  der komplexen Variablen  $z$  zu. Das Ziel ist dabei - wie bei der Laplace-Transformation - gewisse Operationen, die man im Bereich der Folgen schwer beherrscht, in relativ einfache Operationen für die Bildfunktion zu transformieren" [Bronstein 87]. Für eine Z-transformierbare Zahlenfolge ist die Z-Transformierte durch

$$\tilde{F}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^{-n} \quad (4.15)$$

gegeben. Die Verschiebung einer Impulsfolge um ein  $\Delta t$  in die Vergangenheit entspricht der Multiplikation ihrer Z-Transformierten mit  $z^{-1}$ .

<sup>10</sup>Hierbei wurde der Anfangswert von  $Z \equiv 0$  gesetzt



dargestellt werden. Rücktransformation in den Zeitraum führt zur gesuchten Lösung

$$\alpha_0 y_m + \alpha_1 y_{m-1} \dots + \alpha_n y_{m-n} = \beta_0 x_m + \beta_1 x_{m-1} \dots + \beta_n x_{m-n}, \quad (4.23)$$

bei der das Systemverhalten vollständig durch die Ein- und Ausgangsgrößen beschrieben wird. Die Koeffizienten  $\alpha_i$  und  $\beta_i$  der Übertragungsfunktion werden als Transferfunktionskoeffizienten bezeichnet. Der Wert der Ausgangsgröße zum Zeitpunkt  $t_k$  ergibt sich zu

$$y_m = \frac{\beta_0 x_m + \beta_1 x_{m-1} \dots + \beta_n x_{m-n} - (\alpha_1 y_{m-1} \dots + \alpha_n y_{m-n})}{\alpha_0}. \quad (4.24)$$

Der Wert  $y_m$  läßt sich, wenn die Koeffizienten bekannt sind, sehr schnell berechnen.

**Anwendung auf die Fourierrechnung:** Die Transferfunktionsberechnung, die in TRN-SYS implementiert ist, wurde von G. P. Mitalas und J.G Arseneault entwickelt [Mitalas 71]. Hier wird zuerst eine Laplace-Transformation (Wechsel in den "imaginären" S-Raum) der systembeschreibenden partiellen Differentialgleichung vorgenommen. Die verbleibende gewöhnliche Differentialgleichung wird anschließend für lineare Eingangsfunktionen gelöst und in den Z-Raum übertragen. Dann erfolgt die Rücktransformation in den Zeitbereich, wozu die Z-Transferkoeffizienten ermittelt werden, und man gelangt zur Lösung im Zeitbereich. Für ein lineares System können die Ausgangsgrößen durch Superposition von Einzelantworten des System auf die Eingangsgrößen dargestellt werden. Von diesem Sachverhalt wird hier Gebrauch gemacht, indem die Eingangsgrößen im Originalraum durch Überlagerung von Dreiecksfunktionen approximiert werden. Dadurch ist es möglich, die Ausgangsgrößen als Überlagerung der Einzelantworten auf die Dreiecksanregung darzustellen. Der Umweg über die Laplace-Transformation, der die kontinuierliche Darstellung der Eingangsfunktion erfordert, wird wegen der relativ einfachen Lösung der verbleibenden gewöhnlichen Differentialgleichung beschränkt.

Ohne Berücksichtigung von Wärmequellen (z.B. Einstrahlung) ist die zu lösende Funktion durch die Fourierrechnung 2.9 gegeben. Nach dem Übergang in den S-Raum (Laplace-Raum) muß die Differentialgleichung

$$a \frac{\partial^2 \tilde{T}(x, s)}{\partial x^2} = s\tilde{T}(x, s) - T(x, 0) \quad (4.25)$$

für beliebige Randbedingungen gelöst werden. Die Einzelheiten des Lösungsweges sollen hier nicht besprochen werden<sup>11</sup>. Für die Temperatur an einer Stelle x innerhalb eines Einsichtssystems folgt nach [Clarke 85]

$$\tilde{T}(x, s) = \cosh \left[ \left( \frac{s}{a} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] \tilde{T}(0, s) - \frac{\sinh \left[ \left( \frac{s}{a} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] \tilde{q}(0, s)}{k \left( \frac{s}{a} \right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (4.26)$$

---

<sup>11</sup>Eine detaillierte Darstellung der Lösung der eindimensionalen Fourierrechnung durch Laplace-Transformation findet sich in [Carslaw 59], (Seite 297-326), die Lösung eines eindimensionalen Mehrschichtsystems in [Carslaw 59], Seite 326.

Der Wärmefluß ergibt sich dann zu

$$\tilde{q}(x, s) = -k \left( \frac{s}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \sinh \left[ \left( \frac{s}{a} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] \tilde{T}(0, s) + \cosh \left[ \left( \frac{s}{a} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] \tilde{q}(0, s). \quad (4.27)$$

Die externe analytische Lösung der Bildfunktion für ein Wandsystem läßt sich in Matrixschreibweise als

$$\begin{pmatrix} \tilde{T}_{Au}(s) \\ \tilde{q}_{Au}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{T}_i(s) \\ \tilde{q}_i(s) \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \tilde{T}_i(s) \\ \tilde{q}_i(s) \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

darstellen. Dabei sind die Außentemperatur und der äußere Wärmefluß die Ausgangsgrößen, die entsprechenden Werte auf der rechten Seite der Gleichung bilden die Eingangsgrößen (vergleiche Abbildung 4.3, Seite 27). Die verknüpfende Matrix ist die Übertragungs- oder S-Transfermatrix ( $H$ ). Je ein Paar von Eingangsgrößen beschreibt das System vollständig. Durch Umformen von 4.28 kann demnach auch der für Gebäudewände interessantere Fall der Abhängigkeit der Wärmeflüsse von den Temperaturen (als Eingangsgröße) berechnet werden. Dies führt auf die Beziehung

$$\begin{pmatrix} \tilde{q}_{Au}(s) \\ \tilde{q}_i(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{B} \begin{pmatrix} D(s) & -1 \\ 1 & -A(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{T}_{Au}(s) \\ \tilde{q}_i(s) \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Die Übertragungsmatrix  $H$  ist bei einem Mehrschichtsystem mit  $M$  Schichten durch das Produkt der Matrizen der Einzelschichten gegeben:

$$[H] = [H]_1 [H]_2 \dots [H]_M \quad (4.30)$$

Die Matrizen  $H_{Au}$  und  $H_i$ , die den Wärmedurchlaß von der Außenseite (Index  $Ab$  in Abbildung 4.3, Seite 27) an die Umgebung und den Wärmeübergang von der Innenseite (Index  $PRI$ ) an den Raum beschreiben, ergeben sich zu

$$H_{Au} = \begin{pmatrix} 1 & -R_0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad H_i = \begin{pmatrix} 1 & -R_i \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Es ist möglich, Lösungen für jede beliebige Stelle  $x_*$  innerhalb des Systems anzugeben. Die Übertragungsmatrix kann als Produkt einer Matrix  $H_{in}$ , die den von der Grenzfläche  $*$  her gesehenen inneren Teil des Systems repräsentiert, und einer äußeren  $H_a$  geschrieben werden (siehe Gleichung 4.30). Temperatur und Wärmefluß der Zwischenschicht ergeben sich dann zu

$$\begin{pmatrix} \tilde{T}_*(s) \\ \tilde{q}_*(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{B} \begin{pmatrix} B_{in}(s) & B_a(s) \\ D_{in}(s) & -A_a(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{T}_i(s) \\ \tilde{T}_{Au}(s) \end{pmatrix}. \quad (4.32)$$

Im Fall einer Wand können als Eingangsfunktion die Raum- und Außentemperatur dienen und als Ausgangsfunktionen Temperaturen und/oder die Wärmeflüsse auf den Wandoberflächen oder an irgendeiner beliebigen Stelle innerhalb des Systems berechnet werden. In

TRNSYS ist nur die Möglichkeit der Berechnung von Wandoberflächentemperaturen und -wärmeflüssen implementiert.

Der Vorteil großer Rechengeschwindigkeit, die die Lösung der Fourierrechnung mit konstanten Koeffizienten durch Z-Transformation gegenüber anderen numerischen Methoden auszeichnet, ergibt sich aus der Möglichkeit der Superposition von Einzelantworten des Systems zur gewünschten Ausgangsfunktion. Hierzu müssen die Eingangsfunktionen durch eine für die Laplace-Transformation günstige Form angenähert werden.

Durch Dreiecksfunktionen, deren Höhe die Differenz zwischen einem fiktiven, konstanten Wert der Eingangsfunktion und ihrem gemessenen Momentanwert ist, kann der kontinuierliche Verlauf linear angenähert werden. Die Dreiecke  $f(t)$  können mathematisch durch eine steigende und eine fallende Rampenfunktion  $r(t)$  erzeugt werden:

$$f(t) = r(t + \Delta) - 2r(t) + r(t - \Delta)$$

mit

$$r = \begin{cases} 0 & t < n\Delta \\ 0 & t \geq n\Delta \end{cases}$$

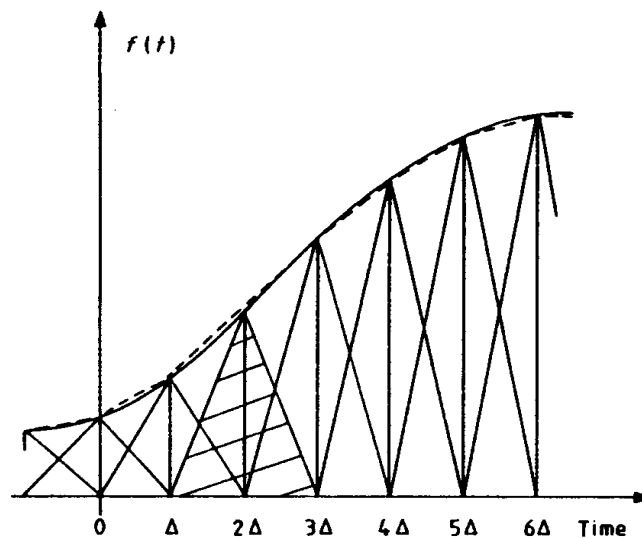


Abbildung 4.4: Lineare Approximation einer kontinuierlichen Funktion durch Überlagerung von Dreiecksfunktionen (aus: [Clarke 85])

Die Laplace-Transformierte der Rampenfunktion  $t$  ergibt:

$$\mathbf{L}\{t\} = \frac{1}{s^2} \quad (4.33)$$

Diese Transformierte der Rampe kann in eine der Gleichungen 4.28, 4.29 oder 4.32 eingesetzt werden, um die Lösungen im S-Raum zu bestimmen. Setzt man in Gleichung 4.29 beispielsweise für die Temperatur im Raum  $\tilde{T}_i(s)$  Rampe  $t$  und für die Außentemperatur den Wert 0 (Einheiten werden im folgenden vernachlässigt), so ergibt sich anstelle des innenseitigen Wärmeflusses im Laplace-Bereich die Ausgangsfunktion  $\tilde{o}(s)$  zu

$$\tilde{o}(s) = -\frac{A(s)}{B(s)} \frac{1}{s^2}. \quad (4.34)$$

Die rechte Seite von 4.34 kann durch Partialbruchzerlegung in Form einer Reihe

$$\frac{A(s)}{B(s)} \frac{1}{s^2} = \frac{c_0}{s^2} + \frac{c_1}{s} + \sum \frac{d_n}{s + \gamma_n} \quad (4.35)$$

dargestellt werden. An den Stellen  $s = -\gamma_n$  hat der Ausdruck Polstellen, die von den Nullstellen von  $B(s)$  stammen.

Der nächste Schritt zur in TRNSYS implementierten Lösung ist die Transformation dieser Teillösung in den Z-Raum. Die Z-Übertragungsfunktion muß dort auf die Form 4.22 gebracht werden. Dazu muß sie zuerst als Bruch dargestellt werden. Der Nenner  $N(z)$  der Z-Transformation ergibt sich dabei zu

$$N(z) = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{\gamma_n \Delta t} z^{-1}). \quad (4.36)$$

Bei Umwandlung dieses Produkts in das gewünschte Polynom in  $\frac{1}{z}$  mit den Z-Transferkoeffizienten  $\beta_i$  können die Terme ab einem  $\gamma_n > \gamma_{n_{max}}$  vernachlässigt werden<sup>12</sup>. Die geforderte Genauigkeit der Transferkoeffizienten  $\beta_i$  bestimmt die erforderliche Größe von  $\gamma_{n_{max}}$ . Bei kleinen Zeitschrittweiten  $\Delta t$  müssen größere  $\gamma_n$  berücksichtigt werden. Hierin könnte ein Grund dafür liegen, daß TRNSYS bei kleinen Schrittweiten keine stabilen Lösungen für die Transferkoeffizienten findet. Ähnlich wie auf die  $\beta_i$  gelangt man auch zu den  $\alpha_i$  [Stephenson 71]. Die Lösungsfunktion im Originalraum wird durch Rücktransformation gewonnen<sup>13</sup>. Sie läßt sich in gleicher Form wie Gleichung 4.23 als Reihe darstellen. Der Wert der Ausgangsfunktion ergibt sich dann gemäß Gleichung 4.24. Alle benötigten Transferkoeffizienten müssen auf ähnliche Weise, wie es oben für die Transferfunktion zu  $\frac{A(s)}{B(s)}$  skizziert wurde, bestimmt werden. Der Einfluß vergangener Eingangs- und Ausgangsgrößen sinkt mit zunehmenden zeitlichen Abstand. Dieses Verhalten spiegelt sich im Sinken der Beträge  $|\alpha_i|$  und  $|\beta_i|$  mit wachsendem  $i$  wider. Deshalb muß nur eine begrenzte Anzahl von Transferkoeffizienten zur Berechnung der gewünschten Ausgangsgröße berücksichtigt werden. Die Anzahl der verwendeten Koeffizienten bestimmt auch hier die Genauigkeit der Ergebnisse.

Die Abhängigkeit einer Ausgangsgröße von mehreren Eingangsgrößen wird durch Superposition der Einzellösungen ermittelt.

Für Lösungen mit beliebigen gesampelten Eingangsfunktionen wird die Differenz zwischen den gesampelten Werten und den gewählten konstanten Werten eingesetzt. D.h die Z-Transferkoeffizienten werden nur einmal berechnet und stehen dann für die gesamte Simulation zur Verfügung.

---

<sup>12</sup>Die Entwicklungskoeffizienten für ein Einschichtsystem der Dicke  $d$  ergeben sich dabei zu  $\gamma_n = -n^2 \pi^2 \frac{a}{d^2} = -n^2 \pi^2 \frac{\lambda}{\rho c_p d^2}$ . Sie sind proportional zu  $n^2$ . Daneben sind die Temperaturleitfähigkeit  $a$  und die Dicke der Schicht die bestimmenden Größen.

<sup>13</sup>Der Übergang von der Laplace-Transformierten zur Z-Transformierten und anschließend in den Originalraum ist in [Stephenson 71] skizziert und soll im Rahmen dieser Arbeit nicht näher beschrieben werden.

## Kapitel 5

# Theoretische Grundlagen der Parameterschätzung

Beim Schätzen von Parametern ist es nötig, ein Kriterium für die Güte der Rechenergebnisse, die sich bei Verwendung eines Parametersatzes ergeben, zu definieren. Eine Möglichkeit besteht in der Methode der maximalen Mutmaßlichkeit (“Maximum Likelihood”), die im folgenden erläutert wird. Als Konsequenz dieser Methode ergibt sich eine skalare Zielfunktion ( $\chi^2$ ), deren Minimierung zu den gewünschten Parametern führt. Sie wird im Verlauf dieses Kapitels eingeführt (Abschnitt 5.1).

Zunächst wird sie für zeitinvariante Systeme beschrieben (Abschnitt 5.1.1) und anschließend für die Anwendung auf träge zeitabhängige Systeme erweitert (Abschnitt 5.1.2). Dieser Schritt erfordert die Simulation des Systemverhaltens durch ein dynamisches Modell. Auf weitere Konsequenzen und nötige sowie übliche Annahmen, die diese Übertragung ermöglichen, wird dabei hingewiesen.

Die Zielfunktion im Softwarepaket MRQT weist einige Erweiterungen auf und wird in Abschnitt 5.1.3 vorgestellt.

Methoden der Minimierung der Zielfunktion, insbesondere das nach Marquardt und Levenberg benannte Verfahren werden in Abschnitt 5.2 beschrieben. Hierbei wird auf Besonderheiten bei der Implementierung in MRQT hingewiesen (Abschnitt 5.2.1) und die dabei verwendete Abschätzung der “Fehler” der aufgesuchten Parameter, die sogenannten Vertrauensintervalle, vorgestellt.

### 5.1 “Maximum Likelihood Estimator”: Methode der maximalen Mutmaßlichkeit

Die Idee, die zur Einführung eines “Maximum Likelihood Estimators” führt, kann folgendermaßen skizziert werden:

Es sei angenommen, daß das zu beschreibende System prinzipiell durch ein gegebenes parametrisches Modell erfaßt werden kann. Die Übereinstimmung der Messungen mit den Ergebnissen der Modellrechnungen sollte dann im wesentlichen von der Wahl der Modellparameter abhängen. Sie muß am größten sein, wenn die Wahrscheinlichkeit  $l$  der Messung

als Realisierung des Modells maximal wird. Die Meßreihe wird dabei als eine mögliche Realisierung des Modells interpretiert, das die Dichtefunktion bestimmt, der die Messungen entspringen. Der beste Satz von Parametern ist dann der, für den die Meßwerte mit der größtmöglichen Wahrscheinlichkeit dem Modell "entstammen".

Wenn jeder Meßwert  $y_i^{mess}$  als Ausführung eines Experiments interpretiert wird, kann die Wahrscheinlichkeit  $l$  für  $n$  voneinander unabhängige Ausführungen als Produkt ihrer Einzelwahrscheinlichkeiten  $f(y_i^{mess})$  geschrieben werden.

$$l = f(y_1)f(y_2)f(y_3) \cdots f(y_n) \quad (5.1)$$

Der "beste" Satz von Modellparametern ist dann der, für den  $l$  den größten Wert annimmt. Für einen einzelnen Parameter  $p$  muß dann die Ableitung

$$\frac{dl}{dp} = 0 \text{ oder } \frac{d(\ln l)}{dp} = 0 \quad (5.2)$$

werden. Auf die Formulierung durch die Ableitung des Logarithmus der Wahrscheinlichkeit  $l$  wird später zurückgegriffen.

### 5.1.1 $\chi^2$ als Maximum Likelihood Estimator bei zeitinvarianten Systemen

Im weiteren wird davon ausgegangen, daß die Messung der Zufallsvariablen  $Y$  (eine Meßgröße, die durch einen stochastischen Prozeß beeinflusst ist) aufgrund einer durch ihre Wahrscheinlichkeitsfunktion  $f(y_i^{mess})$  gegebene Toleranz vom "wahren" Wert, dem Erwartungswert  $E(Y)$  abweicht. Der Erwartungswert soll dabei unbekannt sein und muß geschätzt werden.

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion (Likelihood-Funktion) sei durch eine Gaußverteilung der Dichte

$$g(y, E(Y), \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-E(Y)}{\sigma}\right)^2} \quad (5.3)$$

mit der Standardabweichung  $\sigma$  gegeben. Die Likelihood-Funktion hat dann die Form

$$l(E(Y), \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_1-E(Y)}{\sigma}\right)^2} \cdots \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_N-E(Y)}{\sigma}\right)^2}, \quad (5.4)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Meßwerte ist. Sie läßt sich zu

$$l(E(Y), \sigma) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^N \exp - \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left(\frac{y_i^{mess} - E(Y)}{\sigma}\right)^2 \quad (5.5)$$

zusammenfassen. Das Aufsuchen des Minimums dieser Funktion führt zum gesuchten Parameter, in diesem Fall also auf den Erwartungswert  $E(Y)$ .

In den bisherigen Ausführungen wurde der Fall behandelt, daß der Erwartungswert  $E(Y)$  sowie die Standardabweichung  $\sigma$  für jeden Meßpunkt dieselben Werte haben, wie dies bei einer stationären Messung zu erwarten ist. Falls beide unbekannt sind, können sie durch geeignete Schätzer approximiert werden. Geeignet soll in diesem Zusammenhang bedeuten, daß diese erwartungstreu und konsistent sein müssen, also die Näherungen für große  $N$  immer besser werden [Kreyszig 82, §64]. Diese Bedingungen werden vom Schätzer  $S(\sigma^2) = s^2$  der Varianz

$$\sigma^2 \simeq s^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i^{mess} - E(Y))^2}{N-1} \quad (5.6)$$

und dem Schätzer des Erwartungswertes  $S(E(y)) = \mu$

$$E(Y) \simeq \mu \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5.7)$$

erfüllt [Kreyszig 82, §63]. Unter den oben genannten Voraussetzungen hat  $l(S(E(Y)), \sigma)$  ein Maximum, wenn

$$\sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i^{mess} - S(E(Y))}{s} \right)^2 \equiv \chi^2 \quad (5.8)$$

minimal wird. Damit wird  $\chi^2$  zur Zielfunktion der Parameterschätzung. Bei Vernachlässigung von konstanten Termen ergibt sie sich direkt aus  $\ln(l(S(E(Y)), \sigma))$ . In dem hier besprochenen Fall hat sie ihr Minimum genau dann, wenn der Schätzer  $\mu$  für  $S(E(Y))$  eingesetzt wird:

$$\chi_{min}^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i^{mess} - \mu}{s} \right)^2 \quad (5.9)$$

Der Schätzer  $\mu$  für den Erwartungswert einer Konstanten folgt also direkt aus dem Maximum-Likelihood-Prinzip.

**Einige Eigenschaften der Zielfunktion  $\chi^2$ :**  $\chi^2$  hat bei gegebener Anzahl der Freiheitsgrade  $n$ <sup>1</sup> den Erwartungswert  $\mu_{\chi^2} = n$ , die Varianz  $\sigma_{\chi^2}^2 = 2n$  [Kreyszig 82, §61] und die Verteilungsfunktion

$$F(\chi_{max}^2) = K_n \int_0^{\chi_{max}^2} u^{n-2} e^{-\frac{u}{2}} du. \quad (5.10)$$

$F(\chi_{max}^2)$  ist die Wahrscheinlichkeit, mit der  $\chi^2$  im Intervall zwischen 0 und  $\chi_{max}^2$  liegt. Sie ist das Integral über die Dichte der  $\chi^2$ -Verteilung  $f(\chi^2) = K_n \chi^{2(n-2)} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$ . Die Konstante  $K_n$  ergibt sich aufgrund der Normierungsbedingung  $F(\infty) = 1$  zu  $K_n = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})}$  mit der

---

<sup>1</sup>Die Anzahl der Freiheitsgrade ist gleich der Anzahl der voneinander unabhängigen Datenpunkte abzüglich der Zahl der zu schätzenden Parameter. Wenn der Erwartungswert einer Meßgröße durch den Mittelwert geschätzt wird, ist dieser als Parameter aufzufassen und  $n = N - 1$

Gammafunktion  $\Gamma(\alpha)$  [Kreyszig 82, §60]. Die Zufallsvariable ( $\chi^2$ ) ist asymptotisch normalverteilt mit dem Mittelwert (Gleichung 5.7) und der Varianz (Gleichung 5.6). D.h. für große  $n$  geht die  $\chi^2$ -Verteilungsfunktion in die Gaußverteilung  $g\left(\frac{\chi^2-n}{\sqrt{2n}}\right)$  über [Kreyszig 82, §48]:

$$F(\chi_{max}^2) \approx \Phi\left(\frac{\chi_{max}^2 - n}{\sqrt{2n}}\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\chi_{max}^2 - n}{\sqrt{2n}}} u^{n-2} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (5.11)$$

Dieser Zusammenhang zwischen Normalverteilung und  $\chi^2$ -Verteilung ist in Abbildung 5.1 (Seite 38) dargestellt. Er ergibt sich aus dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik [Kreyszig 82].

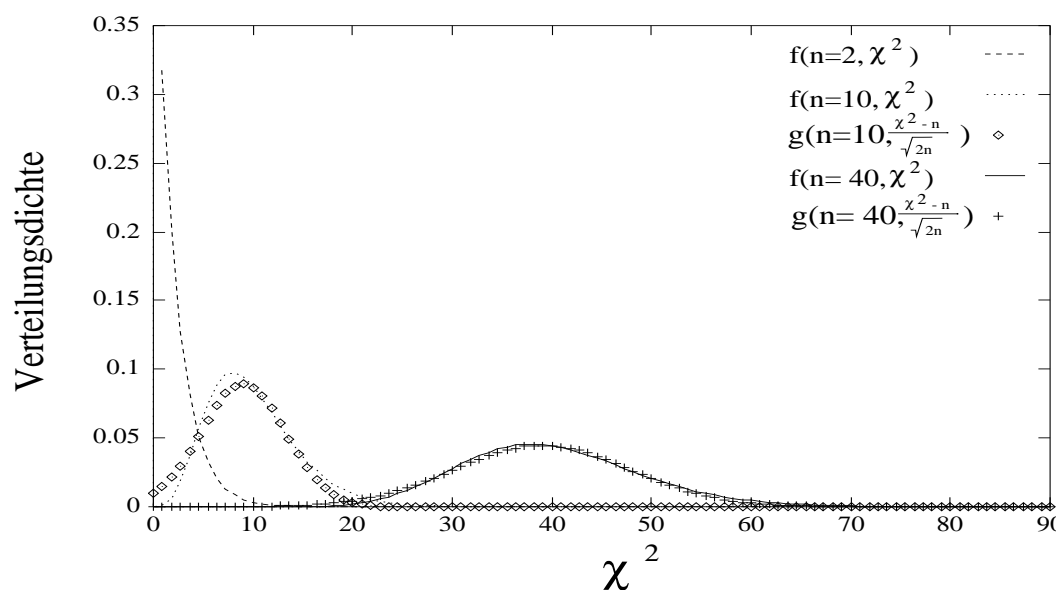


Abbildung 5.1: Dichte  $f$  der  $\chi^2$ -Verteilung für  $n = 2$ ,  $n = 10$  und  $n = 40$  Freiheitsgrade sowie die Dichte  $g$  der korrespondierenden Gaußverteilung für  $n = 10$  und  $n = 40$



### 5.1.2 Anwendung der $\chi^2$ -Methode bei trägen zeitabhängigen Systemen

Im Falle von Zeitreihen, hier gleichbedeutend mit Realisierungen von instationären Prozessen, wie sie in dieser Arbeit behandelt werden, ist  $E(Y_i)$  der Erwartungswert der Ausgangsgröße  $Y$  zu einem bestimmten Zeitpunkt  $i$  und somit nicht konstant für alle  $i$ .

Es bestehe ein derartiger funktionaler Zusammenhang zwischen  $r + 1$  verschiedenen Meßgrößen  $X_j$  (mit  $1 \leq j \leq r$ ) und  $Y$ , daß  $Y_i = Y(x_{1,1} \cdots x_{1,i}; \cdots; x_{j,1} \cdots x_{j,i}; \cdots; x_{r,1} \cdots x_{r,i})$  wird. D.h. die Meßgröße oder Ausgangsgröße  $y_i$  soll sich aus allen vorangegangenen Werten aller anderen systembestimmenden Meßgrößen, den Eingangsgrößen  $x_{j,1}$  bis  $x_{j,i}$ , ergeben. Wie weit zurückliegende Werte der Eingangsgrößen praktisch berücksichtigt werden müssen, ist durch die Trägheit des betrachteten Systems bestimmt. Die größte Systemzeitkonstante ist ein Maß hierfür. Vereinfacht soll obiger Zusammenhang als  $Y_i = Y(\vec{x}_j)$  dargestellt werden. Die Skizze 5.2 veranschaulicht die Zusammenhänge.

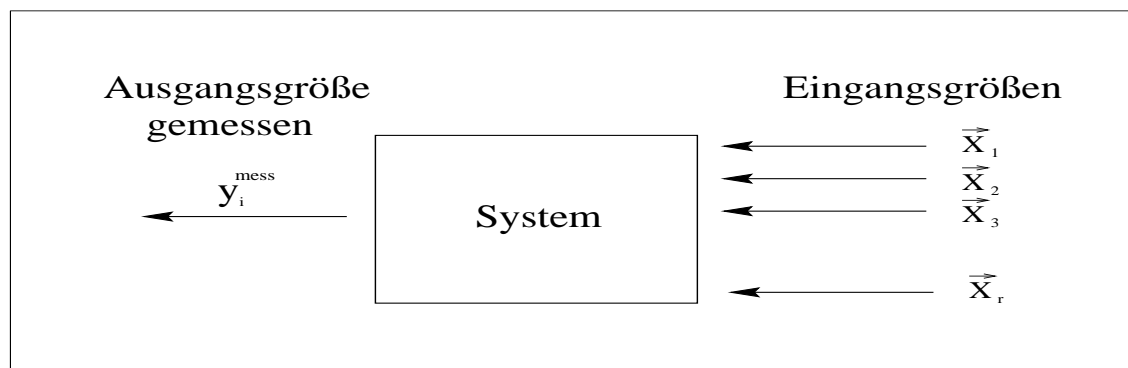


Abbildung 5.2: Prinzipskizze zu zeitabhängigen Systemen mit mehreren Eingangsgrößen und einer Ausgangsgröße

Wenn nun der Zusammenhang zwischen der Meßgröße  $Y_i$  und den Größen  $x_{j,i}$  in einem parametrischen mathematischen Modell erfaßt wird, so ist der errechnete Wert  $y^R$  eine Funktion der Eingangsgrößen  $\vec{x}_j$  und der Parameter  $p_1, \dots, p_M = \vec{p}$ , also ist

$$y^R = y(\vec{x}_j; \vec{p}). \quad (5.12)$$

Zur besseren Übersicht ist dieser Zusammenhang in Abbildung 5.3 dargestellt.

Unter den Annahmen, daß

- die Standardabweichungen  $\sigma_i$  der Messung von  $y_i$  wieder die einer normalverteilten Variablen sind,
- alle  $x_{j,i}$  den wahren Werten der Eingangsgrößen entsprechen und
- durch das mathematische Modell alle Einzelheiten des Systems erfaßbar sind, also **das richtige Modell** vorliegt

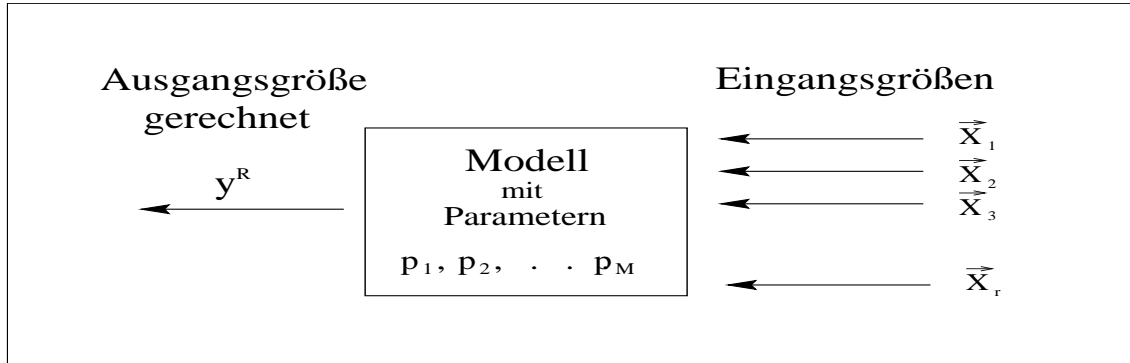


Abbildung 5.3: Prinzipskizze zu zeitabhängigen Systemen mit mehreren Eingangsgrößen und einer durch ein Modell berechneten Ausgangsgröße

kann die Funktion

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i^{mess} - y(\vec{x}_j; p_1, \dots, p_M)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (5.13)$$

definiert werden, die wiederum als Maximum Likelihood Estimator und somit als Zielfunktion dient. Die Minimierung dieses Skalars durch geeignete Wahl der Modellparameter wird als "chi-square-fitting" bezeichnet [Press 89, Seite 551]. Hier wurden  $S(E(Y))$  und  $s$  aus (Gleichung 5.8) durch den Momentanwert (siehe Gleichung 5.12) der Modellrechnung und den zum jeweiligen Meßwert der Ausgangsgröße gehörigen Wert  $\sigma_i$  ersetzt. Letzteres erfaßt mögliche Veränderungen der Meßgenauigkeit bei unterschiedlichen Werten von  $y_i^{mess}$  und somit ihre Zeitabhängigkeit.  $\sigma_i$  im Nenner von (Gleichung 5.13) normiert die jeweilige Differenz von Meß- und Rechengröße auf Einheitsvarianz [Press 89, Seite 551].

Es läßt sich leicht nachvollziehen, daß sich durch das Aufsuchen des kleinsten Wertes der  $\chi^2$ -Funktion (5.13) der "beste" Parametersatz ergeben sollte. Letztlich wird hier nur die Differenz zwischen Messung und Rechnung minimiert, wobei durch das Quadrieren des Differenztermes erreicht wird, daß sich bei der Addition nicht Terme unterschiedlichen Vorzeichens gegeneinander wegheben.

Die Kenntnis der Standardabweichung der Messung ist von großer Bedeutung bei der Interpretation der Ergebnisse. So werden z.B. bei der Annahme zu kleiner  $\sigma$ 's die Fehler überbewertet und der Fit beim Vergleich mit dem Erwartungswert der Zielfunktion zu schlecht beurteilt, da die Zielfunktion einen zu großen Wert annimmt.

Leider ist der genaue Wert der Standardabweichung nicht immer bekannt. Auch bei den in dieser Arbeit behandelten Systemen ist dies der Fall. Deshalb ist es nötig, einen Schätzer der Varianz einzuführen und dabei auch deren Zeitabhängigkeit zu vernachlässigen. Ein solcher Schätzer ist

$$\sigma_i^2 \simeq \sigma^2 \simeq s^2 \equiv \sum \frac{(y_i^{mess} - y(\vec{x}_j; \vec{p}))^2}{n}. \quad (5.14)$$

Wie aus den oben genannten Gründen hervorgeht, ist es durch das Einsetzen dieses Wertes in die Funktion (5.13) unmöglich, eine genaue Aussage über die Güte des Fits aus dem aktuellen Wert von  $\chi^2$  zu treffen. Damit sind auch alle weiteren von dieser Zielfunktion abgeleiteten Größen nur eingeschränkt aussagekräftig. Falls die wahre Standardabweichung konstant ist, bleiben die Parameterwerte am Minimum der Zielfunktion unverändert und nur die Größe von  $\chi^2$  ist durch die Schätzung (5.14) betroffen. Ist dies nicht der Fall, verschiebt sich das Minimum.

Hier wird auch deutlich, warum in der Überschrift des Kapitels von der Methode der maximalen Mutmaßlichkeit gesprochen wird. Die Grenze der exakten Wissenschaft wurde aber schon in dem Moment überschritten, als ein Modell vorgegeben wurde. Eigentlich müßten nicht nur die Parameter des Modells, sondern auch unter allen möglichen Modellen **das** richtige Modell gesucht werden. In der Praxis begnügt man sich allerdings damit, ein möglichst "vernünftiges" Modell zu wählen, von dem angenommen wird, daß es alle wesentlichen Charakteristika des Systems erfaßt. Unter dieser Annahme sollten dann die Berechnungen mit den "richtigen" Parametern das wirkliche Systemverhalten wiedergeben.

Hier ist noch nicht das Ende der Einschränkungen bezüglich der Glaubwürdigkeit der **geschätzten** Parameter erreicht. In (5.13) werden keine Fehler der  $\vec{x}_j$  berücksichtigt, daher ist der Fit nur eine Anpassung an die durch Meßfehler nicht exakt abgebildete Realität. Es sollte also großer Wert auf möglichst "gute" Messungen gelegt werden.

### 5.1.3 Zielfunktion im Programm MRQT

Auch im Softwarepaket MRQT ist das Kriterium beim Aufsuchen des besten Parametersatzes die Größe des Maximum Likelihood Estimators  $\chi^2$ , allerdings mit einigen Erweiterungen gegenüber der in [Press 89] beschriebenen und oben erläuterten Version.

Diese Zielfunktion wird in MRQT minimiert [Linden 93], indem die zu schätzenden Parameter nach dem Marquardt-Levenberg-Verfahren [Press 89] angepaßt werden. Der Parametersatz, der zu dem gefundenen Minimum von  $\chi^2$  gehört, wird schließlich wieder als der gesuchte Satz interpretiert.

Die in MRQT implementierte Parameterschätzung ermöglicht die gleichzeitige Nutzung mehrerer Outputvariablen (Ausgangsgrößen) zur Bildung einer Zielfunktion. Wenn nur eine berechnete Ausgangsgröße  $y_i^R$  zum Vergleich mit den entsprechenden gemessenen Werten  $y_i^{mess}$  herangezogen wird, um die Zielfunktion zu bilden, wird

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i^{mess} - y(\vec{x}_i; p_1, \dots, p_M)}{\sigma} \right)^2 \left( \frac{1}{Sig_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\Delta y_i}{\sigma} \right)^2 \left( \frac{1}{Sig_i} \right)^2 \quad (5.15)$$

verwendet [Linden 93]. Die zeitabhängige Standardabweichung  $\sigma_i$  wird hier, wie oben erläutert, durch eine Konstante  $\sigma$  ersetzt.

Durch die Wahl des Faktors  $Sig_i^2$  (nicht mit  $\sigma^2$  zu verwechseln!), der in dieser erweiterten Fassung von  $\chi^2$  aufgenommen wurde, können einzelne Datenpunkte gewichtet werden. Dadurch wird es möglich, fehlerhafte Messungen zu unterdrücken oder ausgewählten Zeitperioden, in denen bestimmte Einflüsse das Systemverhalten dominieren sollten, gezielt mehr oder weniger starkes Gewicht zu verleihen. Für gewöhnliche Datenpunkte sollte er auf den Wert 1 gesetzt werden. Eine weitere Einsatzmöglichkeit besteht darin, die Differenz zwischen Modellberechnung und Messung zu unterdrücken, die sich aufgrund fehlenden Wissens um die Anfangsbedingungen des Systems zu Beginn der Simulation ergeben. Die so behandelte Zeitspanne (“während der das System vergißt, was früher war”) sollte mindestens eine Systemzeitkonstante  $\tau_S$  betragen und wird mit Skipping-Zeit  $t_{skip}$  bezeichnet. Diese anfangswertbedingte Abweichung zwischen Modell und System am Anfang einer Meßsequenz verringert sich um den Faktor  $e^{-\frac{t_{skip}}{\tau_S}}$  [Spirkl 90, Seite 51 ff.]<sup>2</sup>.

Für den Fall mehrerer Vergleichsfunktionen, wie er in Abbildung 5.4 dargestellt ist, d.h.,

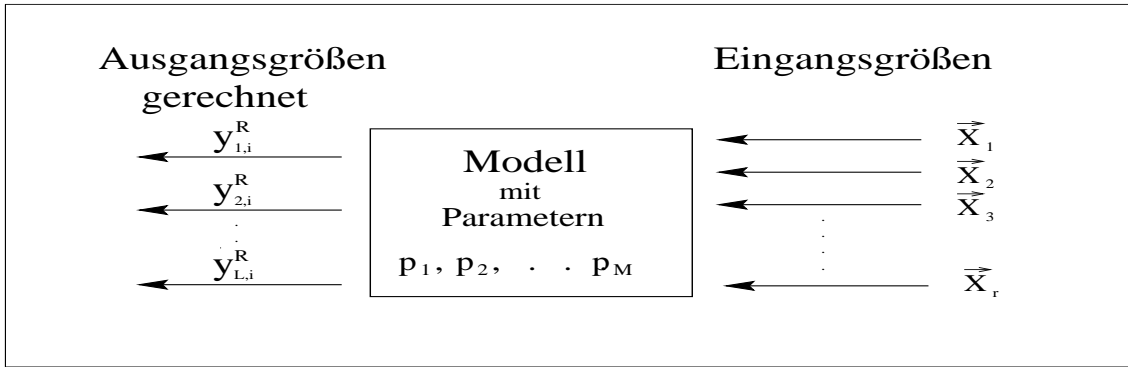


Abbildung 5.4: Prinzipskizze zu zeitabhängigen Systemen mit mehreren Eingangsgrößen und mehreren durch ein Modell berechneten Ausgangsgrößen

daß aus  $k = 1, \dots, L$  berechneten  $[y_k(\vec{x}_i; p_1, \dots, p_M)]$  bzw. in Vektordarstellung  $\vec{y}(\vec{x}_i; \vec{p})$  und gemessenen Werten  $[y_{k,i}]$  bzw. in Vektordarstellung  $\vec{y}_i$  ein einziges Skalar als Zielfunktion definiert werden soll, wird diese nach [Linden 93] zu

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \left( \Delta \vec{y}_i^T (Res^2)^{-1} \Delta \vec{y}_i \right) \left( \frac{1}{Sig_i} \right)^2 \right). \quad (5.16)$$

Dabei ist

$$Res_{p,q}^2 = \left( \sum_{i=1}^N \left( \frac{\Delta y_{p,i} \Delta y_{q,i}}{Sig_i^2} \right) \right) \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{Sig_i^2} \right)^{-1} \quad (5.17)$$

ein Element der Inversen der sogenannten “weight-matrix”, mit deren Hilfe der Einfluß der verschiedenen Ausgangsgrößen  $y_k$  bei der Identifikation gewichtet wird [Linden 93].

<sup>2</sup> Auch durch die Wahl eines sog. Identifikationsfensters kann erreicht werden, daß bestimmte Sequenzen nicht zur Identifikation, wohl aber zur Simulation genutzt werden.

$\Delta y_{p,i}$  ist die Differenz zwischen der  $p$ -ten gerechneten Ausgangsgröße und dem entsprechenden Meßwert zum  $i$ -ten Zeitschritt und wird als Residuum bezeichnet.

## 5.2 Minimierung der Zielfunktion

Um das globale Minimum von  $\chi^2$  aufzusuchen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Entwickelt man die Zielfunktion in eine Taylorreihe

$$\chi^2(\vec{p}) = \chi^2(\vec{p}_0) + \sum_{m=1}^M \frac{\partial \chi^2}{\partial p_m} \Delta p_m + \frac{1}{2} \sum_{m,n=1}^M \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial p_m \partial p_n} \Delta p_m \Delta p_n + \dots, \quad (5.18)$$

so bietet sich eine Einteilung in Verfahren verschiedener Ordnungen an, je nachdem, welche Ableitungen bei der Minimumsuche Verwendung finden [Herkel 91, Seite 21–24]. Verfahren 0-ter Ordnung variieren die Parameter und durchsuchen ein vorgegebenes Teilgebiet des Parameterraumes. Auf diesem Prinzip beruht z.B. das Gauß–Seidel–Verfahren [Herkel 91, Seite 22].

Optimierungsalgorithmen erster Ordnung suchen das Minimum der Funktion in der Richtung ihres negativen Gradienten, wie beispielsweise das Gauß–Newton–Verfahren. Diese Verfahren haben den Nachteil, daß sie bei schlecht gewählten Startwerten der Parameter unter Umständen nur sehr langsam konvergieren [Schwarz 88, Seite 314].

Wird die Taylorreihe nach den Gliedern zweiter Ordnung abgebrochen, kann eine Näherung der Form

$$\chi^2(\vec{p}) \simeq \gamma - \vec{d}\vec{p} + \frac{1}{2}\vec{p}\mathbf{D}\vec{p} \quad (5.19)$$

angegeben werden. Die Matrix  $\mathbf{D}$  ist die sogenannte Hesse- oder Krümmungsmatrix, in deren Diagonale die zweiten Ableitungen der Zielfunktion nach einem Parameter stehen. Die übrigen Elemente sind die gemischten Ableitungen.  $\vec{d}$  ist der Gradient der Funktion. In der Nähe des Minimums sollte eine gute Übereinstimmung von (5.19) mit dem wirklichen Verlauf der Zielfunktion vorliegen [Press 89, Seite 572]. Die Hessematrix enthält dann alle wesentlichen Informationen über die Reaktionen der Zielfunktion auf Veränderung der Parameter.

Unter der Annahme, daß die erste Ableitung beim gegenwärtigen Parametersatz  $\vec{p}_{cur}$  hinreichend klein ist, kann der gesuchte Parametervektor  $\vec{p}_{min}$  mit Hilfe der Gleichung

$$\vec{p}_{min} = \vec{p}_{cur} - \mathbf{D}^{-1}\nabla\chi^2(\vec{p}_{cur}) \quad (5.20)$$

berechnet werden. Auf diesem Prinzip beruhen Verfahren zweiter Ordnung. Die Kovarianzmatrix  $\mathbf{D}^{-1}$  ist die Inverse von  $\mathbf{D}$ . Klar ersichtlich ist der Nachteil schlechter Übereinstimmung dieser Approximation bei großer Entfernung von den “wahren” Parametern. Hier kann die ursprüngliche Annahme, daß der Gradient verschwindend klein ist, unge-rechtfertigt sein, und somit ist auch keine Konvergenz dieser Verfahren zu erwarten.

Eine Methode, Verfahren erster und zweiter Ordnung so zu verbinden, daß die Vorteile beider zum Tragen kommen, ist das Marquardt-Levenberg-Verfahren. Da es auch in MRQT zum Einsatz kommt, soll es im folgenden beschrieben werden.

### 5.2.1 Das Marquardt-Levenberg-Verfahren

Die Idee, die hinter dieser Methode steckt, ist schnell skizziert. Wenn die Entfernung vom gesuchten Minimum groß ist, werden große Schritte in Richtung des negativen Gradienten unternommen, um schnell in die richtige Region zu gelangen. Hier sollte der Gradient kleiner und die Krümmung größer werden. Die Krümmung wird genutzt, um die Schrittweite zu verringern und dadurch eine vorsichtige Annäherung zu erreichen, bei der die Wahrscheinlichkeit, über das Ziel hinaus zu schießen, geringer wird. Die Grundeinstellung der Schrittweite wird über einen zusätzlichen Faktor  $\lambda$  variiert, der je nach Veränderung von  $\chi^2$  nach jedem Versuch der Parameteranpassung neu eingestellt werden kann [Press 89, Seite 572–577]. Man könnte auch sagen, daß mit seiner Hilfe zwischen Verfahren erster und zweiter Ordnung gewechselt werden kann.

Auf diese Weise wird die schnelle Konvergenz des Marquardt-Levenberg-Verfahrens erreicht. Die mathematische Umsetzung dieser Ideen soll im folgenden in starker Anlehnung an die *Numerical Recipes* [Press 89] skizziert werden.

Die ersten beiden Ableitungen der Zielfunktion sind

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial p_m} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{\Delta y_i}{\sigma^2} \frac{\partial y_i^R}{\partial p_m} \equiv -2\beta_m \quad (5.21)$$

und

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial p_m \partial p_n} = 2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma^2} \left[ \frac{\partial y_i^R}{\partial p_m} \frac{\partial y_i^R}{\partial p_n} - \frac{\Delta y_i}{\sigma^2} \frac{\partial^2 y_i^R}{\partial p_m \partial p_n} \right] \equiv 2\alpha_{m,n}. \quad (5.22)$$

Mit den oben eingeführten Stellvertretern  $\beta_m$  und  $\alpha_{m,n}$  läßt sich Gleichung 5.20 in der Form

$$\sum_{m=1}^M \alpha_{n,m} \delta p_m = \beta_n \quad (5.23)$$

als Satz linearer Gleichungen darstellen. Hierbei ist  $\delta p_m$  die Veränderung des Parameters  $p_m$ , die vom gegenwärtigen Parameterwert  $p_{m,cur}$  subtrahiert seinen nächsten Wert ergibt. Die Matrix  $\alpha$  wird als “curvature-matrix” bezeichnet und stimmt bis auf den Faktor  $\frac{1}{2}$  mit der Hessematrix überein. Sie ist sowohl von den ersten als auch von der zweiten Ableitung der gerechneten Ausgangsgröße abhängig. Die zweite Ableitung wird dabei allerdings mit der Differenz  $\Delta y_i$  zwischen Messung und Rechnung multipliziert. Da der Differenzterm in der Nähe des Minimums aufgrund der Annahme, das Modell sei richtig und die Messungen der Eingangsgrößen fehlerlos, nur von den “normalverteilten” Meßfehlern der Ausgangsgröße abhängen soll, muß er sich bei Summation über viele Zeitschritte wegmitteln. Dieser Zusammenhang wird genutzt, um die Rechengeschwindigkeit zu erhöhen, indem man von vornherein auf die Berechnung der zweiten Ableitungen verzichtet<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Bei numerischen Ableitungen kann dies zu einer beträchtlichen Zeitersparnis führen.

Wenn man die Gleichung 5.23 durch die Terme

$$\alpha'_{n,n} \equiv \alpha_{n,n}(1 + \lambda) \quad (5.24)$$

und

$$\alpha'_{n,m} \equiv \alpha_{n,m}(n \neq m) \quad (5.25)$$

zu

$$\sum_{m=1}^M \alpha'_{n,m} \delta p_m = \beta_n \quad (5.26)$$

umformt, besteht über die Wahl von  $\lambda$  die Möglichkeit, zwischen einem Gradientenverfahren und einem Verfahren zweiter Ordnung hin und her zu wechseln. Die weiteren Details der numerischen Parametersuche sollen hier nicht behandelt werden. Sie können der einschlägigen Literatur, z.B. [Press 89], entnommen werden.

### Anwendung im Softwarepaket MRQT

Die Parameterschätzung von MRQT beruht auf dem oben erläuterten Marquardt–Levenberg–Verfahren. Im Programm MRQT wird, ähnlich wie dort erwähnt, im Gegensatz zur mathematisch korrekten Berechnung der Hessematrix die Krümmungsmatrix (hier mit *CURV* bezeichnet) ohne die zweiten Ableitungen der Outputvariablen zu

$$CURV(k, l) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{Sig_i} \right)^2 \left( \frac{\Delta y_{k,i}}{\Delta p_k} \frac{\Delta y_{l,i}}{\Delta p_l} \right) \quad (5.27)$$

berechnet [Linden 93], wie es auch in [Press 89] vorgeschlagen wird. Hierbei ist die numerische Ableitung

$$\Delta y_{k,i} = y(\vec{x}_j p_1 \cdot \cdot p_k \cdot \cdot p_M) - y(\vec{x}_j p_1 \cdot \cdot p_k - \delta p_k \cdot \cdot p_M) \quad (5.28)$$

die Differenz der berechneten Ausgangsgrößen bei einem um  $-\delta p_k$  veränderten Parameterwert. An die Stelle der Standardabweichung  $\sigma$  tritt der Gewichtungsfaktor  $Sig_i$ .

Entsprechend der oben angegebenen Matrixberechnung im Falle einer einzigen Vergleichs- oder Outputfunktion wird diese auch für mehrere angenähert.

## 5.3 Abschätzung der Fehlergrenzen von Parametern

Ist ein Parametersatz  $\vec{p}$  gefunden, stellt sich die Frage nach der Größe des Bereichs, in dem die wahren Parameter vermutet werden müssen. Die Parameter, die durch die Minimierung von  $\chi^2$  geschätzt wurden, sind aufgrund der Verwendung der zufallsbehafteten Meßgrößen ihrerseits Zufallszahlen. Jeder Satz von Meßdaten führt zu anderen Parameterwerten.

Eine Veränderung von  $\chi^2$ , hervorgerufen durch eine Änderung der Parameter  $\vec{p}$ , kann mit Hilfe der Eigenvektoren  $\vec{v}_i$  und Eigenwerte  $w_i$  der Hessematrix dargestellt werden

[Press 89]. Die Eigenvektoren sind im Falle vollkommen unkorrelierter Parameter parallel zu den Koordinatenachsen (Parameterachsen) im Parameterraum. In diesem Raum liegen die Iso- $\chi^2$ -Flächen auf Ellipsoiden. Deren Hauptachsen sind die Eigenvektoren  $\vec{v}_i$ , von denen hier die Rede ist. Eine Veränderung der Zielfunktion aufgrund einer Änderung der Parameter  $\delta p_m$  kann als

$$\Delta\chi^2 = \sum_{o=1}^M w_o^2 (\vec{v}_o \delta \vec{p})^2 \quad (5.29)$$

dargestellt werden. Richtig ist dies allerdings wieder nur dann, wenn alle Voraussetzungen, die bei der Einführung des Maximum Likelihood Estimators erwähnt wurden, erfüllt sind. In der Nähe des globalen Minimums kann obiger Zusammenhang auch in weniger günstigen Fällen als brauchbare Näherung genutzt werden. Sind einzelne Parameter aufgrund der Daten oder anderer zwingender Gründe stark korreliert, haben die Eigenvektoren mehrere Komponenten ähnlicher Größe. Wenn z.B. die Beträge von zwei Komponenten zweier normierter Eigenvektoren  $\vec{v}_1$  und  $\vec{v}_2$  gleich groß sind und die anderen gleich Null,

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0,71 \\ 0,71 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ -0,71 \\ 0,71 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

so sind die Parameter vollständig korreliert. Das Systemverhalten, das durch die beiden Parameter, deren Einträge in  $\vec{v}_1$  und  $\vec{v}_2$  von Null verschieden sind, beschrieben werden soll, kann ebenso gut durch einen Parameter modelliert werden. Diese Möglichkeit sollte dann auch genutzt werden, damit eine "eindeutige" Bestimmung der Parameterwerte möglich wird. Ein Beispiel für die Zusammenfassung zweier Parameter ist die Kombination des Transmissionskoeffizienten  $\tau$  und des Absorptionsgrades  $\alpha$  bei Systemen mit transparenten Abdeckungen über Absorbern zu einem einzigen Parameter

$$\tau\alpha = g. \quad (5.31)$$

Wenn die Strahlungswerte hinter der Abdeckung nicht gemessen werden können, wie z.B. in einem Solarkollektor, können die beiden unterschiedlichen physikalischen Aspekte, die durch diese Parameter beschrieben werden, nicht durch die Messung des Wärmegewinns im Kollektor getrennt werden. Ein ähnliches Bild ergibt sich auch für eine transparent wärmegeämmte Wand.

Je stärker die Zielfunktion auf die Änderung eines Parameters reagiert, desto genauer kann er identifiziert werden. Dieser Sachverhalt spiegelt sich in den Vertrauensintervallen ("confidence intervalls") der Parameter wider. Der Vertrauensbereich ist ein Ellipsoid im Parameterraum mit Hauptachsen in Richtung der Eigenvektoren. Der Zusammenhang zwischen den Iso- $\chi^2$ -Ellipsoiden und den Vertrauensintervallen ergibt sich direkt aus der



Wahrscheinlichkeitsfunktion der  $\chi^2$ -Verteilung (5.10). Unter der hypothetischen Annahme, die geschätzten Parameter entsprächen den "wahren" Parametern, müssen sich diese in der Mitte des Elipsoids befinden. Parametersätze, die mit Hilfe anderer Daten gefunden werden, sollten in der Nähe dieses Mittelpunkts liegen. Bei größer werdender Entfernung von diesem Punkt nimmt die Wahrscheinlichkeit für die Realisierung eines Parametersatzes ab. Anhand des aktuellen Wertes  $\chi_{min}^2$  und des Verhaltens der Zielfunktion in der Umgebung des Minimums kann auf den Bereich, in dem die Parameter zu erwarten sind, geschlossen werden. In einem Iso- $\chi^2$ -Elipsoid vorgegebener Größe sollte ein bestimmter Anteil aller möglichen Realisierungen der Parameterwerte liegen. Dieser Anteil wird als Konfidenz-Niveau bezeichnet und kann durch die Wahl des maximalen Wertes der Zielfunktion bestimmt werden.

Die Vertrauens- oder Konfidenzintervalle einzelner Parameter zum gewählten Konfidenz-Niveau sind die größten Projektionen dieses Körpers auf die Parameterachsen. In Abbildung 5.5 ist der Zusammenhang für korrelierte Parameter dargestellt.

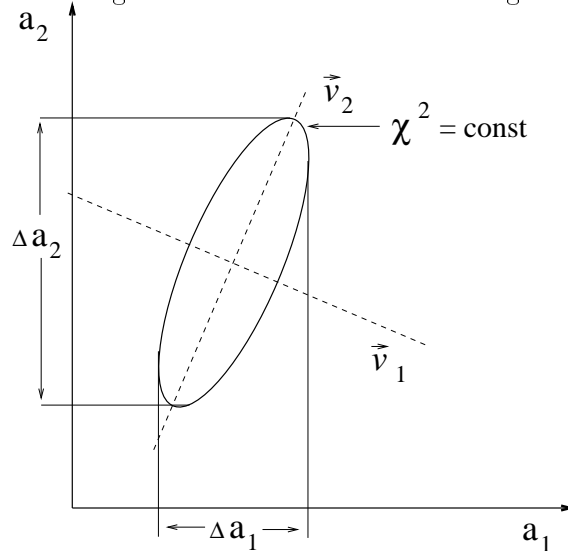


Abbildung 5.5: Konfidenzintervalle  $\Delta p_1$  und  $\Delta p_2$  als größte Projektion des Iso- $\chi^2$ -Bereichs auf die Parameterachsen

In MRQT werden diese Projektionen durch

$$\Delta p_k = \left( \left( \frac{\chi_{min}^2 \epsilon}{w_o^2 \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial p_k \partial p_k}} \right)^{0.5} v_{k,o} \right) \quad (5.32)$$

berechnet. Dabei ist  $v_o$  der normierte Eigenvektor, aus dessen Richtung die größte Projektion der Iso- $\chi^2$ -Fläche auf die Parameterachse des Parameters  $p_k$  vorliegt. Sein Eigenwert ist  $w_o^2$ . Der Faktor  $\epsilon$  bestimmt das Konfidenz-Niveau. Die Konfidenzintervalle hängen somit vom aktuellen Wert der Zielfunktion  $\chi_{min}^2$  ab. Hat diese einen großen Wert, so werden auch die Konfidenzintervalle groß. Die Zielfunktion ihrerseits ist von der Varianz  $\sigma_i^2$  abhängig (siehe Gleichung 5.13). An dieser Stelle wird ersichtlich, daß die geschätzte Varianz, die

stattdessen verwendet wird, einen großen Einfluß auf die Schätzung der Konfidenzintervalle hat. Diese sind also bei Unkenntnis von  $\sigma_i^2$  nur bedingt aussagekräftig. Sobald Abweichungen zwischen Messung und Rechnung auftreten, die nicht Gauß-verteilt sind, führt die Berechnung der Hessematrix ohne die Bildung der zweiten Ableitungen der Zielfunktion nach den Parametern zu deutlichen Fehlern (siehe auch Abschnitt 5.2.1). Auch diese gehen dann bei der Berechnung der Konfidenzintervalle mit ein.

### Konsequenzen für die Parameterschätzung

Zur Schätzung der Parameter sollte ein Satz von Eingangsdaten gefunden werden, für den sich ein deutliches Minimum der Zielfunktion ergibt. Das bedeutet, daß die Ableitung  $\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial p_k \partial p_k}$  am Minimum der Zielfunktion für alle Parameter groß sein muß. Falls ein Parameter in seiner Funktion kaum angesprochen wird oder dies nur einen geringen Einfluß auf die Ausgangsgröße hat, ergibt eine Änderung dieses Parameters nur eine kleine Veränderung der Zielfunktion. Das Minimum verläuft daher in Richtung dieses Parameters flach<sup>4</sup> und der Parameter kann nicht genau bestimmt werden. In diesem Fall kann eventuell auch die Wahl einer anderen Ausgangsgröße helfen.

Auch die Korrelation der Parameter sollte durch geeignete Wahl der Eingangsdaten weitgehend unterdrückt werden. Sie ergibt sich, wenn sie nicht modellbedingt ist, direkt aus der Korrelation der Eingangsdaten. Falls beispielsweise große Temperaturdifferenzen nur gleichzeitig mit großen Strahlungsflüssen auftreten, sind die Parameter, die den Energiegewinn durch Einstrahlung und den Verlust durch Wärmeleitung beschreiben, korreliert.

Die Konsequenz dieser Überlegungen ist, Eingangsdaten mit großer Variabilität zu benutzen oder Versuchsführungen zu wählen, die zu entsprechenden Daten führen. Die Daten müssen so beschaffen sein, daß jeder Parameter zumindest abschnittsweise einen großen Einfluß auf die Modellrechnungen ausübt, der nicht gleichzeitig durch geeignete Wahl eines oder mehrerer anderer Parameter simuliert werden kann. Bei Freilandmessungen kann sich so ein variabler Datensatz durch eine lange Meßdauer ergeben.

---

<sup>4</sup>Das entspricht einem kleinen Eigenwert  $w_i$  des, bei geringer Korrelation, zum Parameter annähernd parallel verlaufenden Eigenvektors  $\vec{v}_i$ . Die Iso- $\chi^2$ -Fläche ist ein in dieser Richtung langgezogenes Ellipsoid.

## Kapitel 6

# Monte–Carlo–Simulationen

Wenn es möglich ist, auf das zu untersuchende System einzuwirken, also die Bedingungen, denen es unterliegt, gezielt zu manipulieren, stellt sich die Frage, auf welche Weise dies am günstigsten geschieht. Wie soll das Experiment ausgeführt werden? Wie sind die Eingangsgrößen, die vom Experimentator variiert werden können, im weiteren als Führungsgrößen bezeichnet, zu wählen, damit möglichst viele Informationen über das System gewonnen werden können? Eine geeignete Methode zur Planung der Versuche ist die Monte-Carlo-Simulation.

### 6.1 Methode der statistischen Versuchsplanung

Ist die Entscheidung über das parametrische Modell, mit dem das System beschrieben werden soll, getroffen, so ist es möglich, mit Hilfe eines Satzes von Eingangsgrößen einschließlich der Führungsgrößen eine Simulation durchzuführen. Auf diese Weise läßt sich eine Zeitreihe der Ausgangsgröße, die später als wirkliche Meßgröße zur Bildung der Zielfunktion genutzt werden soll, berechnen. Anschließend kann diese künstliche Größe als “Meßgröße” zur Identifikation der Modellparameter herangezogen werden. Nun liegt eine absolut richtige Ausgangsgröße vor, die mit keinerlei Fehler behaftet ist, da ja das System das Modell selber ist. Bei der Minimierung von  $\chi^2$  war eine Voraussetzung, daß das Modell richtig ist, d.h. alle das System beeinflussenden Größen korrekt berücksichtigt wurden. Diese Voraussetzung ist nun erfüllt. Eine zweite Voraussetzung für die statistische Interpretation der Ergebnisse bestand darin, daß die Ausgangsgröße mit Gauß-verteilten Fehlern behaftet ist. Addiert man zu der berechneten Ausgangsgröße vor der Parameterschätzung ein Gauß-verteilt (zufälliges) Rauschen, so ist auch diese erfüllt. Dieser Vorgehensweise entspringt auch der etwas sonderlich anmutende Name Monte-Carlo-Simulation.

Die Methode scheint auf den ersten Blick etwas seltsam. Man stellt sich die Frage, ob es nicht eine Trivialität darstellt, Parameter mit Hilfe eben jenes Modells zu identifizieren, das zur Erstellung der Ausgangsgröße verwendet wurde. Die Problematik bei der Parameteridentifikation ist aber gerade so gelagert, daß selbst beim Vorliegen des wahren Modells und richtiger Eingangsgrößen (Forderungen der Theorie) keineswegs sichergestellt ist, daß unter jeder Versuchsbedingung die Parameter richtig geschätzt werden können. Mögliche Gründe hierfür sind:

- 1 Starke Korrelation zweier oder mehrerer Parameter untereinander; dies macht ihre getrennte Schätzung unmöglich.
- 2 Existenz von Nebenminima, d.h. weitere Parameterkombinationen können das Systemverhalten ähnlich oder sogar gleich gut beschreiben. In diesen Nebenminima muß keine starke Korrelation der Parameter mehr vorhanden sein.

Dieses Verhalten kann sowohl durch das Modell als auch durch die verwendeten Datensätze bedingt sein. Im ersten Fall kann keine Wahl der Versuchsbedingungen mit Sicherheit auf den richtigen Satz von Parametern führen.

Man stelle sich als einfaches Beispiel den Versuch vor, zwei parallel geschaltete Widerstände durch die Messung des Spannungsabfalls über beide bei bekanntem Strom zu identifizieren. Hier ist klar ersichtlich, daß den Werten der Widerstände innerhalb bestimmter Grenzen beliebige Werte zugeordnet werden können, so daß das Systemverhalten (Spannungsabfall) richtig wiedergegeben werden kann. Durch die zusätzliche Messung des Stromes durch einen der Widerstände wird die Zuordnung eindeutig. Bei vielen Systemen ist es aber nicht ohne weiteres möglich, jede systembestimmende Größe zu erfassen.

Der zweite Fall tritt ein, wenn die Variation der Eingangsdaten nicht ausreicht, damit das durch sie hervorgerufene Systemverhalten eindeutig auf einzelne Parameter zurückgeführt werden kann.

## 6.2 Beispiel zur Verdeutlichung

Die gestellte Aufgabe ist das Auffinden einer günstigen Versuchsführung zur Identifikation der Modellparameter einer Versuchswand, die aus einer Mauer mit außenseitiger Dämmung besteht.

Die gewünschten Parameter sind der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_i$  zur Beschreibung des Wärmeübertrags von der Raumluft auf die Wandoberfläche, die Wärmeleitfähigkeit und Wärmekapazität  $\lambda$  und  $c_p$  des Mauerwerks sowie der Wärmedurchgangskoeffizient  $k$  von der Wandaußenseite zur Umgebung. Dieser ergibt sich aus der Dicke  $d_{dämm}$  der äußeren Wärmedämmung, ihrer Leitfähigkeit  $\lambda_{dämm}$  und dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{Au}$ :

$$k = \left( \frac{d_{dämm}}{\lambda_{dämm}} + \frac{1}{\alpha_{Au}} \right)^{-1} \quad (6.1)$$

Als Führungsgröße dient die Raumtemperatur, da diese mit Hilfe eines Klimageräts auf unterschiedliche Temperaturen gebracht werden kann<sup>1</sup>. Es soll also eine möglichst günstige Variation dieser Temperatur gefunden werden. Da bis zur Anbringung der TWD nur ein relativ kurzer Zeitraum verbleiben sollte, war ein weiteres Ziel, innerhalb dieser Spanne möglichst gute Werte für die Parameter zu erhalten.

---

<sup>1</sup>Vor der Montage der Transparenten Wärmedämmung an der im Verlauf dieser Arbeit aufgebauten Versuchswand sollten zunächst die Parameter, die zur Beschreibung dieses Teilsystems dienen, ohne den Einfluß der TWD bestimmt werden.

Hierzu wurde eine Reihe verschiedener Temperaturvorgaben auf die oben beschriebene Weise untersucht. Im folgenden wird auf zwei Beispiele näher eingegangen.

### Beispiel: “Starke Anregung”

Ein Ansatz bestand darin, das System durch möglichst starke Veränderungen der Temperatur anzuregen. Dabei wurden in Abständen von ca. einem halben Tag die Raumtemperaturen von  $60^\circ$  auf  $5^\circ$  variiert. Die Vorgabe der Außentemperatur entspricht dem typischen Temperaturverlauf eines ausgewählten Zeitraums innerhalb des künstlich erzeugten Datenfiles “Testreferenzjahr Freiburg TRY7” [Blümel 86]. Die Raumtemperatur und die verrauschte Absorbtemperatur<sup>2</sup> sind in Abbildung 6.1 (Seite 51) dargestellt. Die Standardabweichung des Rauschens, das zur berechneten Absorbtemperatur addiert wurde, beträgt 0.42 K.

Die zur Berechnung eingesetzten Werte der Parameter  $\lambda$  und  $c_p$  entsprechen ungefähr den Werten von Beton. Auch  $\alpha_i$  und  $k$  liegen nahe den erwarteten Werten.

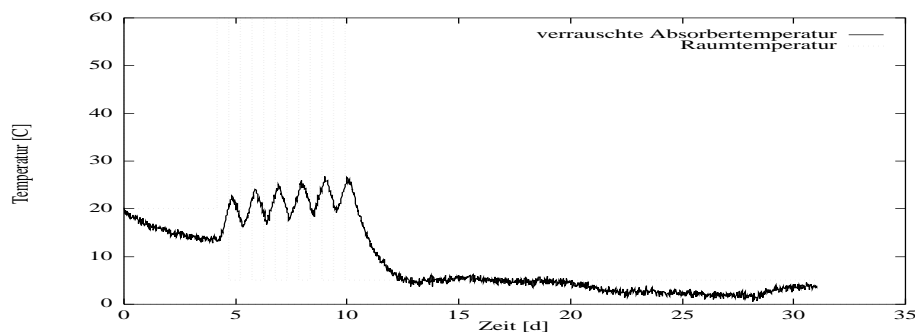


Abbildung 6.1: Vorgegebene Raumtemperatur und berechnete Absorbtemperaturen

Die anschließende Identifikation erstreckt sich nur über die Periode vom 3. bis zum 12. Tag. Dies berücksichtigt sowohl die Skipping-Zeit (siehe Abschnitt 5.1.3, Seite 42), die in realen Systemen erforderlich wird, als auch die kurze zur Verfügung stehende Meßzeit.

In Abbildung 6.2 (Seite 52) ist der Vergleich der mit den ursprünglichen und den gefitteten Parametern berechneten Temperaturverläufen gezeigt.

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung von Messung und Rechnung relativ gut. Bei wirklich gemessenen Größen ist oft keine bessere Anpassung zu erreichen. Die Parameterwerte, die zu diesem Fit geführt haben, sind aber bis zu einem Faktor 30 von den wahren Parameterwerten entfernt (siehe Tabelle 6.1, Seite 52). Selbst in den Bereichen, in denen keine Anpassung unternommen wurde, ist die Ähnlichkeit beider Kurven groß. Die mittlere Abweichung von “Messung” und Rechnung liegt mit 0,48 K innerhalb der Identifikationsperiode sehr nahe an der vorgegebenen Standardabweichung.

<sup>2</sup>Bei der fertigen TWD-Wand wird die Schicht, an der diese Temperatur im Experiment gemessen werden soll, zur Absorbierschicht, und ist bis dahin durch einen Dämmstoff von der Umgebung isoliert.

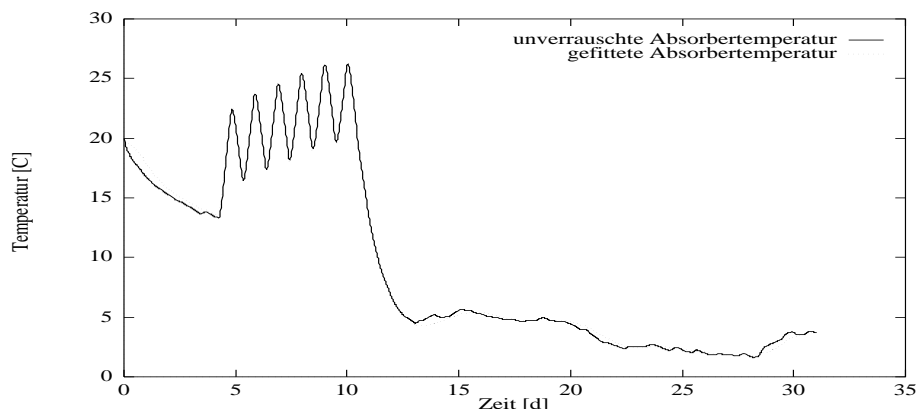


Abbildung 6.2: Vergleich von berechneten und gefitteten Temperaturverläufen am Absorber bei starker Anregung

Tabelle 6.1: Vergleich der geschätzten mit den ursprünglichen Parametern

Parameter	Ursprünglicher Wert	Startwert bei der Identifikation	Ergebnis-Wert	Vertrauens-Intervall	Fehler $\frac{max}{min}$
Leitfähigkeit $\lambda$ $\left[\frac{W}{mK}\right]$	1,6	0,78	0,57	0,04	2,8
Wärmekapazität $c$ $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$	1	1,5	0,25	0,01	4,0
Wärmeübergangskoeff. $\alpha_i$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	10	3,33	0,38	0,034	26
Wärmedurchgangskoeff. $k$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	1	3.61	0,12	0,006	8.3

Hier wurde also ein Beispiel für eine gute Übereinstimmung von “Messung” und Rechnung trotz extrem falscher Parameterwerte gefunden, das geeignet ist, die Tücken beim Schätzen von Parametern zu verdeutlichen. Gleichzeitig kann die Aussage getroffen werden, daß sich diese Versuchsführung nicht für die gestellte Aufgabe eignet. Der Temperaturverlauf am Absorber läßt sich innerhalb des gewählten Identifikationsintervalls auch durch eine völlig andere Parameterkombination reproduzieren. Dabei hat die Kombination einer kleinen Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  mit einer kleinen Kapazität  $c_p$  zur Folge, daß für die Änderungen der Absorbtemperatur nur kleine Wärmemengen fließen müssen. So lassen sich auch die niedrigen Werte von  $\alpha_i$  und  $\lambda$  erklären. Für Amplitude und Phasenlage der Absorbtemperatur ist die Kombination von  $\lambda$  und  $c_p$  entscheidend (siehe Kapitel 4, Gleichung 4.26 und 4.27).

Bei Verwendung eines Wärmeflusses als zweite Ausgangsgröße kann das Systemverhalten nicht mehr mit viel zu kleinen Wärmeübergängen wiedergegeben werden. Daher sollte

zur Parameterschätzung eine Temperatur und ein Wärmefluß als Ausgangsgröße gewählt werden.

Werden einzelne Parameter als bekannt vorausgesetzt, d.h. bei der Identifikation auf ihrem “wahren” Werten festgehalten, werden die anderen wieder so angepaßt, daß das Verhalten der Ausgangsgröße reproduziert wird. Je weniger freie Parameter vorhanden sind, desto kleiner ist der Spielraum für die Kombination der anderen Parameter. Für die Parameteridentifikation anhand echter Meßdaten entspricht dieses Vorgehen der Bestimmung einzelner Parameter vor der dynamischen Parameteridentifikation (z.B. durch Labormessungen und quasi-stationäre Auswertungsmethoden). Diese müssen aber nicht unbedingt die besten Parameter für das dynamische Modell sein.

Solange die Parameterwerte so weit wie im obigen Fall von den wirklichen Werten abweichen, ist es kein Problem, diese mit ein wenig Wissen über ihre wahrscheinlichen Werte als falsch zu klassifizieren. Schwierig wird es dann, wenn Nebenminima in der Nähe des globalen Minimums gefunden und somit nicht “von Hand” aussortiert werden können. Diese Gefahr besteht gerade dann, wenn einzelne Parameter festgehalten werden, ohne daß diese mit Sicherheit bekannt sind. Das globale Minimum der Zielfunktion liegt dann für den Fall, daß alle Parameter zur Identifikation freigegeben sind, an einer anderen Stelle als bei einzelnen fixierten Parametern.

### Beispiel “Forciertes Einschwingen”

Ein anderer Ansatz bestand darin, das System durch eine kurzzeitige starke Veränderung der Temperatur anzuregen, so daß es sich anschließend möglichst schnell in einem quasistationären und weniger extremen Zustand einpendelt. D.h. es sollten Perioden starker Veränderung auf Perioden geringerer Variation folgen. Die zugrunde liegende Idee war dabei, daß in diesen unterschiedlichen Perioden einzelne Parameter abwechselnd mehr oder weniger bestimmend für das System sein sollten. Die Zeiträume der starken Anregung sollten weniger als die Systemzeitkonstante, die bei ca. 1,5 Tagen liegt, betragen. Der gewählte Verlauf der Raumtemperatur und die verrauschte Absorbtemperatur ist in Abbildung 6.3 (Seite 54) abgebildet. (Standardabweichung des Rauschens: 0,43 K).

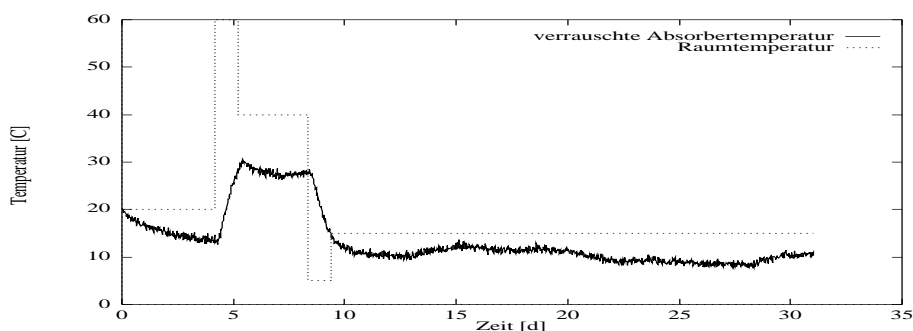


Abbildung 6.3: Vorgegebene Raumtemperatur und berechnete Absorbtemperaturen

In Abbildung 6.4 (Seite 54) ist der Vergleich von berechneten und gefitteten Temperaturverläufen dargestellt.

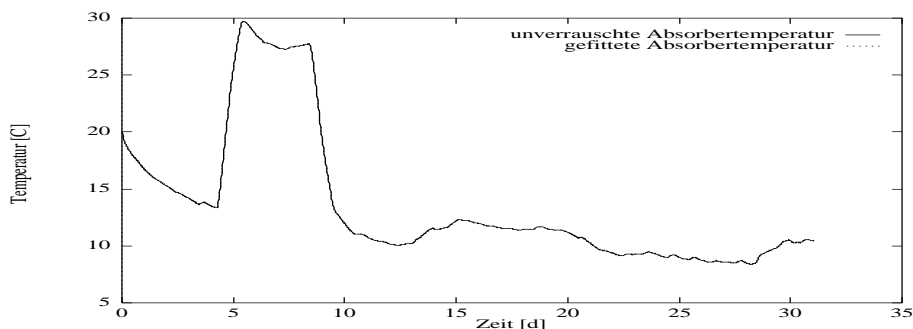


Abbildung 6.4: Vergleich von berechneten und gefitteten Temperaturverläufen am Absorber bei forciertem Einschwingen

Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung ist so gut, daß man die beiden Kurven nicht mehr voneinander unterscheiden kann. Deshalb ist in Abbildung 6.5 (Seite 55) die Differenz (Residuen) der beiden Temperaturverläufe aufgetragen.

Die Residuen sind wesentlich kleiner als das aufgeprägte Rauschen. Die mittlere Abwei-



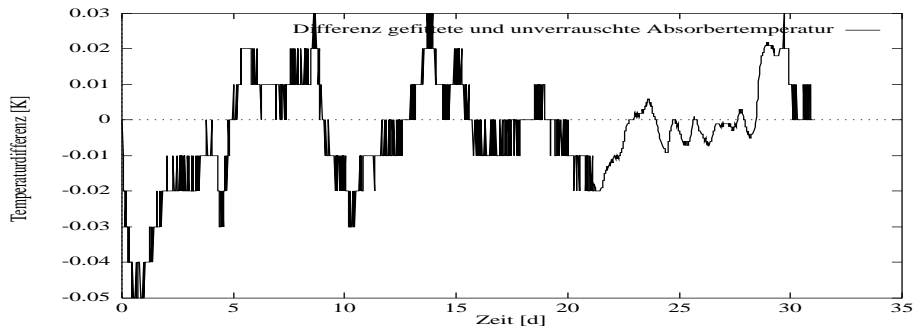


Abbildung 6.5: Residuen der berechneten und gefitteten Temperaturverläufe am Absorber bei forciertem Einschwingen

Tabelle 6.2: Vergleich der geschätzten mit den ursprünglichen Parametern

Parameter	Ursprünglicher Wert	Startwert bei der Identifikation	Ergebnis-Wert	Vertrauens-Intervall	Fehler $\frac{max}{min}$
Leitfähigkeit $\lambda$ $\left[\frac{W}{mK}\right]$	1,6	0,78	1,58	0,12	1,01
Wärmekapazität $c$ $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$	1	1,5	0,96	0,01	1,04
Wärmeübergangskoeff. $\alpha_i$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	10	3,33	9,23	0,68	1,08
Wärmedurchgangskoeff. $k$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	1	3,61	0,94	0,029	1,06

chung der “gemessenen” von der mit den neuen Parametern gerechneten Absorbtemperatur liegt mit 0,45 K wieder sehr nahe an der vorgegebenen Standardabweichung. Die gefundenen Parameter weichen in keinem Fall um mehr als 10 % von den wahren Werten ab (siehe Tabelle 6.2, Seite 55).

Keine andere Monte-Carlo-Simulation, z.B. mit ähnlichen Verläufen der Führungsgröße, aber kleineren Amplituden oder einfachen Sprungfunktionen auf einem neuen stationären Wert bei verschiedenen Amplituden, führte zu einer günstigeren Situation. Aufgrund dieser Ergebnisse wurde entschieden, einen möglichst ähnlichen Versuch am realen System durchzuführen.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Dieses Experiment und seine Ergebnisse werden im Kapitel 7.1, (Seite 57) beschrieben.



## Kapitel 7

# Planung, Durchführung und Analyse der Experimente

### 7.1 Testwand ohne TWD

Bereits vor der Montage der TWD auf der Testwand war die Klimakammer sowie die Meßdatenerfassung fertiggestellt. Um diese Zeit zur Parameterschätzung zu nutzen, wurde durch Monte-Carlo-Simulation schon im voraus eine günstige Versuchsführung ermittelt (siehe Kapitel 6.2). Die Methode des “forcierten Einschwingens” hat sich dabei als besonders geeignet erwiesen und wurde deshalb im realen Versuch aufgegriffen. Als Führungsgröße dient die Temperatur am Einlauf der Klimakammer (siehe Abbildung A.6).

Der Volumendurchsatz des Klimageräts ist zu gering, um eine annähernd isotherme Durchströmung der Klimakammer zu gewährleisten. Daher treten bei großen Wärmeüberträgen zwischen Luft und Wand große Differenzen der Lufttemperaturen an Ein- und Auslauf der Klimakammer auf. Die spätere Messung der Lufttemperatur unmittelbar vor der Mitte der Elemente, die zu diesem Zeitpunkt noch nicht zur Verfügung stand, legt den Schluß nahe, daß die Raumtemperatur in der Nähe der Auslauftemperatur liegt. Das bedeutet, daß vor dem Auslauf eine relativ gute Durchmischung innerhalb der Klimakammer stattfindet.

Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_i$ <sup>1</sup> errechnet sich zu

$$\alpha_i = \frac{q_{Pri}}{\Delta\vartheta_{Pri,i}}. \quad (7.1)$$

In Abbildung 7.1 sind die Momentanwerte und der Mittelwert von  $\alpha_i$  sowie die Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta_{Pri,i}$  aufgetragen<sup>2</sup>. Bei kleinen Temperaturdifferenzen nimmt der so berechnete Wert  $\alpha_i$  sehr unrealistische Werte an. Dies liegt an den Fehlern der Temperatur- und Wärmeflußmessungen. In Zeiten großer Temperaturdifferenzen zeigt sich eine starke Abhängigkeit vom Betrag der Differenz. Ist dieser groß, nimmt  $\alpha_i$  große Werte an, bei kleineren Beträgen sinkt sein Wert. Aufgrund dieser Effekte wurde für die spätere Simulation eine künstliche Raumtemperatur  $\vartheta_i^*$  über

$$\vartheta_i^* = \vartheta_{Pri} - \frac{q_{Pri}}{\alpha_i} \quad (7.2)$$

---

<sup>1</sup>Die hier und im folgenden verwendeten Indizes können der Abbildung 4.3 und denen in Anhang A entnommen werden.

<sup>2</sup> $\alpha_i$ -Werte unterhalb von -0,5 und oberhalb von 15  $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$  wurden in dieser Abbildung abgeschnitten.

berechnet. Dieses Vorgehen macht eine Identifizierung des inneren Wärmeübergangskoeffizienten unmöglich.

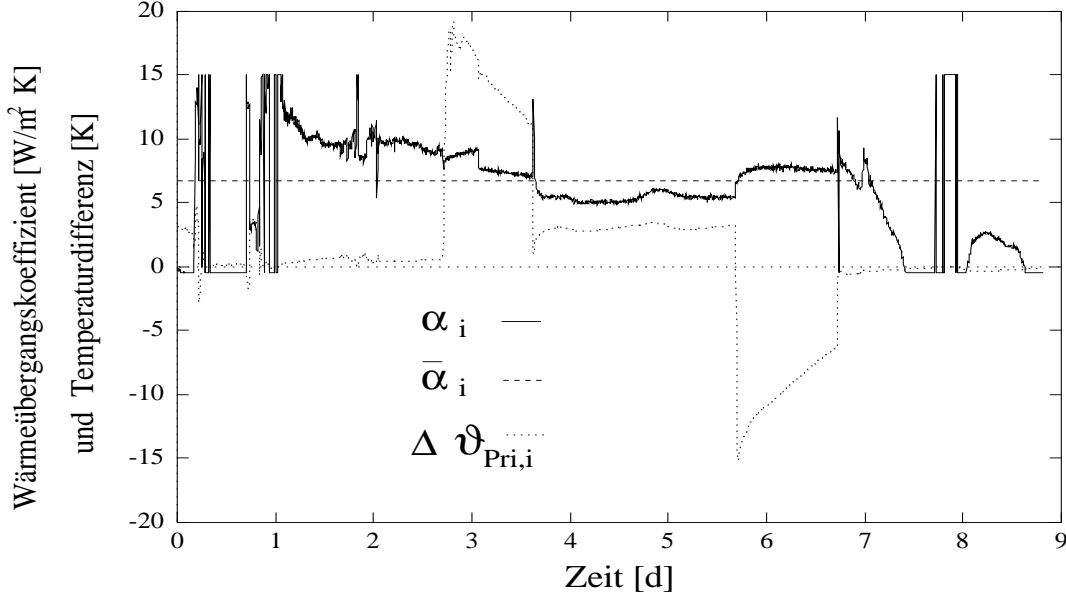


Abbildung 7.1: Momentaner und mittlerer Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_i$  und  $\bar{\alpha}_i$  am Betelement berechnet aus der Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta_{Wand,Raum} \hat{=} \Delta\vartheta_{Pri,i}$  und Wärmefluß  $q_{Wand} \hat{=} q_{Pri}$  zum jeweiligen Zeitpunkt

Die Klimakammer konnte erst am Anfang des zweiten Meßtages in Betrieb genommen werden. Dennoch wurde der gesamte Zeitraum zur Berechnung genutzt. Der Abschnitt bis zum Beginn der Anregung durch die Einlauftemperatur (am Ende des dritten Tages) ist dabei die Skipping-Zeit für die Parameteridentifikation. Die Absorberseite war während des Experiments durch ein Styrodurgehäuse abgedeckt. Die Absorption der Solarstrahlung auf der Oberfläche dieses Gehäuses zeigt sich in deutlich ausgeprägten Schwankungen der Absorberrtemperaturen und Wärmeflüsse (siehe  $q_{Ab}$  und  $\vartheta_{Ab}$  in Abbildung 7.2, Seite 61 und 7.4, Seite 62). Besonders deutlich zeigen sich diese Schwankungen am Porenbetonelement, bei dem die Absorberrtemperatur aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit des Wandmaterials im wesentlichen von den Umgebungsbedingungen abhängt. Die Einstrahlung konnte zu diesem Zeitpunkt noch nicht gemessen werden. Deshalb wurde auf dieser Seite mit einem festen  $k^*$ -Wert der Wärmefluß  $q_{Ab}^*$  berechnet, der sich bei der gemessenen Außen- und Absorberrtemperatur ergibt:

$$q_{Ab}^*(\Delta\vartheta, k^*) = k^* \Delta\vartheta_{Ab,Au} \quad (7.3)$$

Die Differenz zwischen dem gemessenen Wärmefluß  $q_{Ab}$  und diesem berechneten Wärmefluß wird als Energiequellterm am Ort des Absorbers berücksichtigt. Jetzt sind nur noch die Wärmekapazität  $c_p$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  des Wandmaterials für die Parameterschätzung zugänglich.

Die Idee, die zur Methode des “forcierten Einschwingens” geführt hat, war die Realisierung einer Folge von stark dynamischen und möglichst stationären Bedingungen innerhalb eines Datensatzes. Beim Betonelement läßt sich dieses Verhalten zwar gut erkennen, aber die instationären Überlagerungen innerhalb der “stationären” Phase (Stunde 100 bis 140) sind auch hier deutlich ausgeprägt (vergleiche Abbildung 7.4 mit Abbildung 6.4). Somit ist die Ausgangslage vor der Parameteridentifikation zwar nicht identisch mit der Situation bei der Monte-Carlo-Simulation, die Daten weisen jedoch insbesondere für die schweren Wandelemente relativ große Ähnlichkeiten auf.

### 7.1.1 Dynamische Parameteridentifikation zur Bestimmung der Materialwerte $\lambda$ und $c_p$

Die Schätzung dieser Parameter erfolgte durch TRNSPID mit einem eindimensionalen TRNSYS-Modell, wie es in Kapitel 4, Abschnitt 4.1.2 beschrieben ist. Die Parameter, die sich anhand dieses Modells für das Porenbetonelement (Element 3) ergeben, sind in der Tabelle 7.1 aufgelistet. Dabei sind die Identifikationsergebnisse für unterschiedliche Startwerte angegeben. Die Abweichung der Schätzergebnisse liegt innerhalb der Vertrauensintervalle. Die Parameter des Betonelements finden sich in Tabelle 7.2.

Tabelle 7.1: Geschätzte Parameter des Porenbetonelements bei verschiedenen Startwerten

Parameter	Startwerte bei der Identifikation	Ergebniswert	Vertrauensintervall [%]
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	0,11	0,213	4,2
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,4	1,02	4,2
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	0,22	0,216	6,5
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,4	1,03	5,9
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	0,11	0,217	3,3
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	1,2	1,04	3,4

In Abbildung 7.2 und 7.4 sind die gemessenen ( $M$ ) und gerechneten ( $R$ ) Temperaturen und Wärmeflüsse  $\vartheta_{Ab}$  und  $q_{Ab}$  sowie die Temperatur der inneren Wandseite  $T_{Pri}$  aufgetragen. Zur Berechnung wurden jeweils die Parameter aus den ersten beiden Zeilen der Tabellen 7.1 und 7.2 verwendet. Bei der Parameteridentifikation wurde aus diesen drei Ausgangsgrößen die Zielfunktion gebildet. Wurden nur die Temperaturen  $T_{Ab}$  und  $T_{Pri}$  zur Bildung der Zielfunktion verwendet, konnten die Parameter nicht gefunden werden.

Tabelle 7.2: Geschätzte Parameter des Betonelements bei verschiedenen Startwerten

Parameter	Startwerte bei der Identifikation	Ergebniswert	Vertrauensintervall [%]
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,5	1,68	11,5
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	1,2	0,96	8,1
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,22	1,69	11,1
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,4	0,96	8,1
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,39	1,69	11,1
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	1,2	0,96	8,2

Es ist deutlich zu erkennen, daß keines der Modelle die Messungen genau wiedergeben kann. Dieser Sachverhalt zeigt sich auch in den Residuen, d.h. den Differenzen zwischen den gemessenen und gerechneten Ausgangsgrößen, die in den Abbildungen 7.3 und 7.5 dargestellt sind.

Gründe hierfür können im Auftreten dreidimensionaler Phänomene liegen, wie sie in Kapitel 9 beschrieben werden. Auch nichtlineare Effekte, d.h. Abhängigkeiten der Parameter von den Zustandsgrößen des Systems sind als Fehlerquellen denkbar. Der systematische Charakter der Fehler ist deutlich ausgeprägt. Beim Betonelement zeigt sich eine Überschätzung der drei Ausgangsgrößen bei hohen Wandtemperaturen. Deutlich sind auch die Abweichungen in Phasen plötzlicher Veränderung der Einlauftemperatur. Sie lassen sich am besten an den Residuen der Temperatur  $T_{Pr_i}$  ablesen.

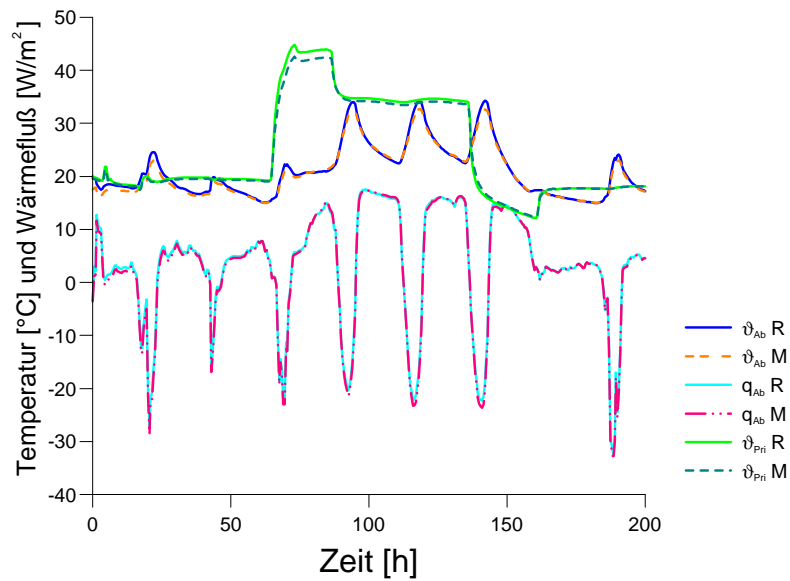


Abbildung 7.2: Berechnete ( $R$ ) und gemessene ( $M$ ) Temperaturen und Wärmeflüsse des Porenbetonelements

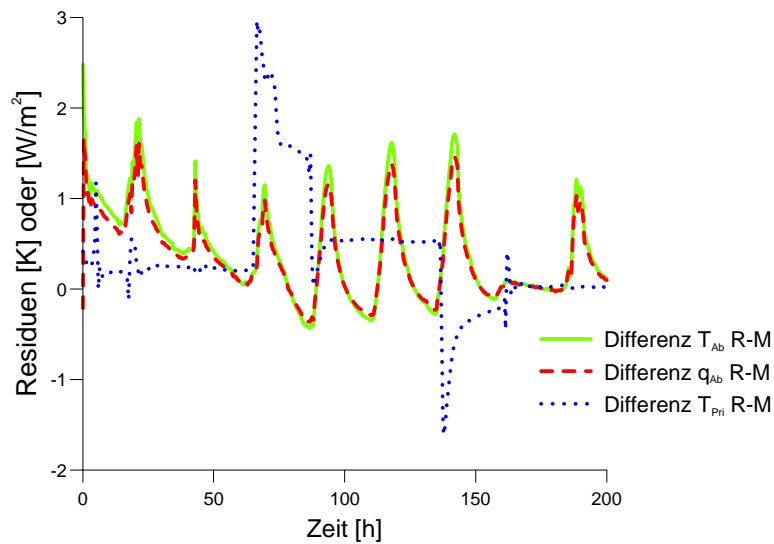


Abbildung 7.3: Residuen der Temperaturen und Wärmeflüsse des Porenbetonelements

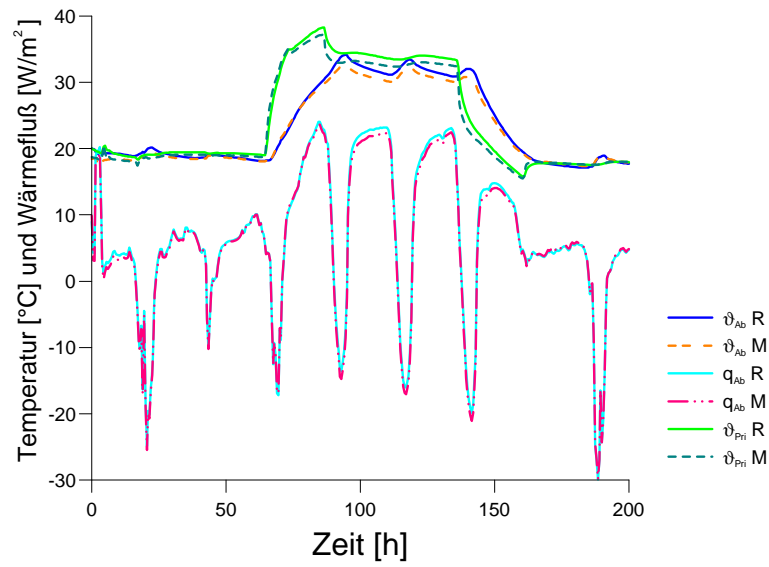


Abbildung 7.4: Berechnete ( $R$ ) und gemessene ( $M$ ) Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements

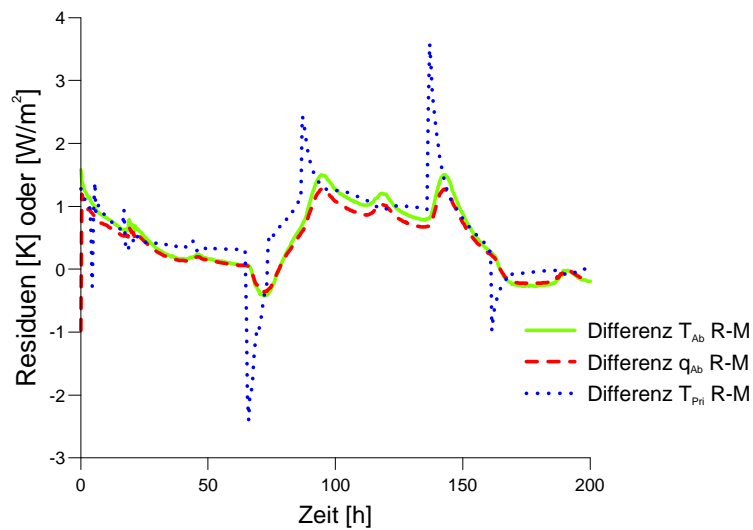


Abbildung 7.5: Residuen der Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements



Auch völlig andere Parameterkombinationen können das Systemverhalten ähnlich gut wiedergeben. Dies spiegelt sich in den Abbildungen 7.6 und 7.7 wider. Die Parameterkombination war hierbei  $\lambda = 1,1 \left[ \frac{W}{mK} \right]$  und  $c_p = 0,86 \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$ .

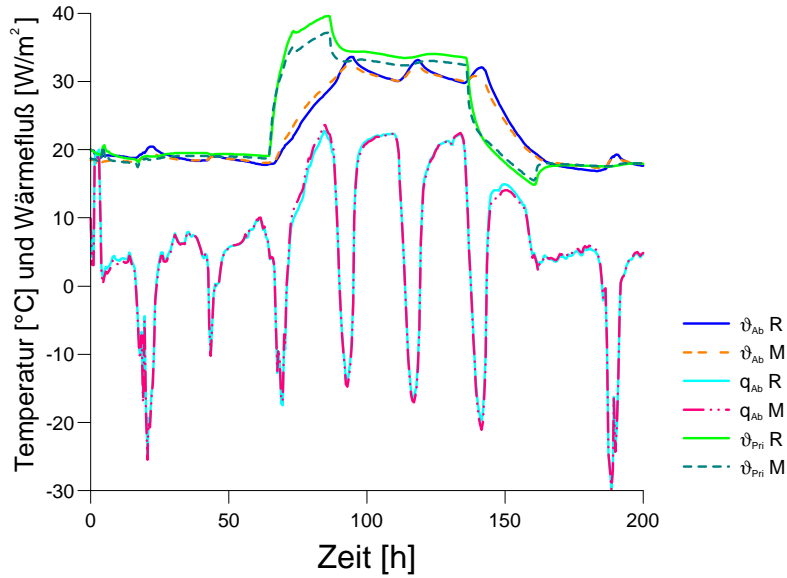


Abbildung 7.6: Berechnete ( $R$ ) und gemessene ( $M$ ) Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements

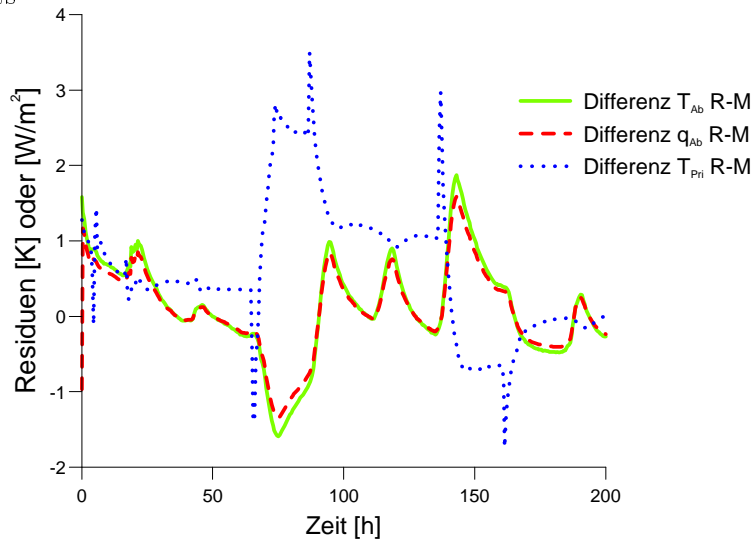


Abbildung 7.7: Residuen der Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements

Von großer Bedeutung ist die Wahl der relativen Veränderung der Parameter  $p$  bei der Bildung der Differenzenquotienten zur Berechnung der Ableitungen  $\frac{\Delta x^2}{\Delta p} = \frac{x^2(p+\Delta p) - x^2(p)}{\Delta p}$  der Zielfunktion, die zur Bestimmung der Hessematrix benötigt werden. Ein Beispiel mit zu kleiner Parameterveränderung hat sich bei der Bestimmung der Wandparameter ergeben. Die Ergebnisse sind dennoch sehr interessant, da sich mit ihrer Hilfe die relativ große Ähnlichkeit von Rechnung und Meßung bei sehr unterschiedlichen Parameterwerten demonstrieren läßt. Einige davon sind deshalb in Tabelle 7.3 dargestellt. Eine dieser Kombinationen führt zu den Ergebnissen, die in den Abbildungen 7.6 und 7.7 dargestellt sind. Auch mit den anderen Kombinationen ergeben sich ähnlich "gute" Übereinstimmungen von Messung und Rechnung.

Tabelle 7.3: Geschätzte Parameter des Betonelements bei verschiedenen Startwerten

Parameter	Startwerte bei der Identifikation	Ergebniswert	Vertrauensintervall [%]
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,22	1,11	4,4
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,4	0,86	3,3
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,39	1,04	5,1
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,4	0,82	3,7
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,39	1,59	4,2
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	1,2	0,94	3,4
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,50	1,01	4,1
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,4	0,84	2,9
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,50	1,62	4,0
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,8	0,94	3,4
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,50	1,61	4,3
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	1,2	0,92	3,3
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,64	1,60	4,5
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,8	0,92	3,6

Die Genauigkeit der Übereinstimmung von Messung und Rechnung läßt sich über die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung (*RMS*) zwischen Meß- und Rechenwert berechnen (dies ent-

$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	$RMS_{T_{Ab}} [K]$	$RMS_{T_{Pri}} [K]$	$RMS_{q_{Ab}} \left[ \frac{W}{m^2} \right]$
1,68	0,96	0,89	1,31	2,96
1,59	0,82	0,87	1,55	2,84
1,61	0,92	0,89	1,31	2,95
1,11	0,86	0,84	1,40	2,86
1,04	0,82	0,87	1,55	2,84

spricht in etwa der Wurzel des Schätzers der Varianz (5.14). In obiger Tabelle sind diese Werte für die drei verwendeten Ausgangsgrößen  $T_{Ab}$ ,  $T_{Pri}$  und  $q_{Ab}$  bei verschiedenen Parameterwerten  $c_p$  und  $\lambda$  angegeben (vergleiche auch Tabelle 7.2 und 7.3). Die Werte der mittleren quadratischen Abweichungen (*RMS*) der Ausgangsgrößen haben für alle oben angegebenen Parameterkombinationen ähnliche Größen. Dies deutet auf ein flaches Minimum der Zielfunktion hin.

**Tabelle 7.4:** Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung der Ausgangsgrößen

### 7.1.2 Parametervariation zur Veranschaulichung der Zielfunktion

Um den Sachverhalt, daß mit verschiedenen Parameterkombinationen das Systemverhalten ähnlich gut wiedergegeben werden kann, zu veranschaulichen, wurde eine Parametervariation für das Element 5 durchgeführt. Das Vorgehen besteht darin, den Wert einer Zielfunktion für verschiedenste Parameter zu berechnen. So wird der Parameterraum abgetastet. Der beste Parametersatz ist der, bei dem die Zielfunktion das globale Minimum erreicht. Die Parametervariation kann damit zur Parameterschätzung eingesetzt werden. Ein Nachteil dieser Methode ist der relativ große Rechenaufwand vor allem dann, wenn viele Parameter bestimmt werden sollen. Bei der hier durchgeführten Parameteridentifikation wurde als Zielfunktion die Summe der Differenzenquadrate der Absorbertemperatur  $T_{Ab}$  des Betonelements gewählt. Dies entspricht  $\chi^2$  (Gleichung 5.13) für  $\sigma_i = \sigma = 1$ :

$$\chi^2(T_{Ab}, \sigma = 1) = \sum_{i=1}^N (T_{Ab,M} - T_{Ab,R})^2 \quad (7.4)$$

Die Abbildung 7.8 zeigt die dreidimensionale Darstellung im Parameterraum  $(\lambda, c_p)$ . Es ist ein langgezogenes flaches Minimum zu erkennen. Der Vergleich mit den Parameterwerten in Tabelle 7.3 macht deutlich, daß alle über TRNSPID ermittelten Parameterkombinationen in der Nähe dieses Minimums liegen. Innerhalb dieses Minimums liegen vermutlich kleinere Nebenminima, die sich entweder aus systematischen oder numerischen Gründen ergeben. Für eine detaillierte Auflösung der Struktur der  $\chi^2$ -Fläche müßte ein sehr viel engeres Netz gewählt werden. Die ausgegebenen Konfidenzintervalle, die der Tabelle 7.3 zu entnehmen sind, überlappen sich nicht, d.h. die Güte des Parametersatzes wird deutlich überschätzt. Die beste Wahl der relativen Parameterveränderung zur numerischen Ableitung der Zielfunktion ist die, bei der die geschätzten Parameterwerte nur noch schwach von der Wahl der Startwerte abhängen. Eine genaue Schätzung bleibt aber immer problematisch und auch die Schätzung der Konfidenzintervalle ist nur bedingt aussagekräftig.

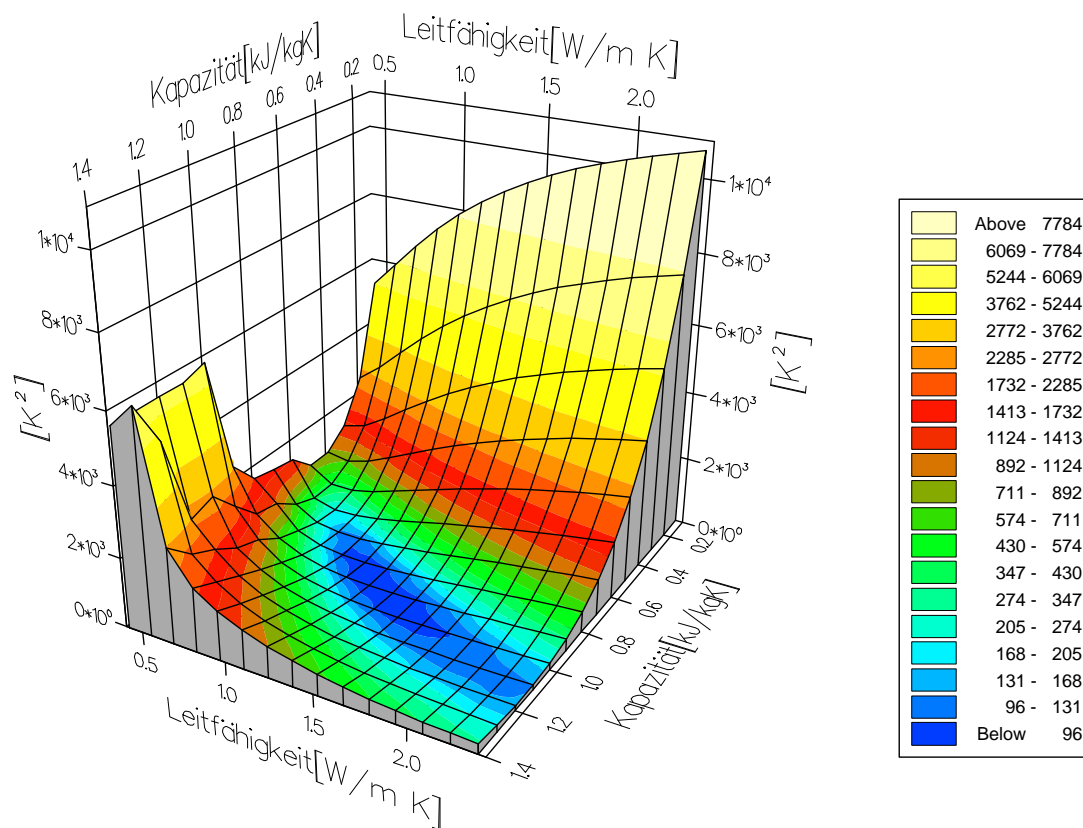


Abbildung 7.8: Summe der Differenzenquadrate der äußeren Wandtemperatur  $\sum_{i=1}^N (T_{Ab,M} - T_{Ab,R})^2$   $[K^2]$  im zweidimensionalen Parameterraum

Wichtiger als die absolute Kenntnis der einzelnen Parameter ist bei der Modellierung des Systems die Kombination der Parameter. Aufgrund der Korrelation der Parameter, die daran erkannt werden kann, daß die Hauptachsen der Zielfunktion im Minimum nicht parallel zu den Parameterachsen liegen, ist der beste jeweilige Wert eines Parameters abhängig vom Wert des anderen. Alle Parametersätze in der Nähe des Minimums der Zielfunktion erweisen sich als relativ gut geeignet, um das Systemverhalten innerhalb der Periode, aus der die Meßwerte stammen, zu beschreiben. Diese Parameter dürfen nicht als die im physikalischen Sinne richtigen interpretiert werden. Ob sich die Parameter auch zur Berechnung des Systemverhaltens unter anderen Bedingungen (anderes Wetter, andere Raumtemperaturen) eignen, muß für andere Meßperioden überprüft werden. Die korrelationsfreie Bestimmung der Parameter ist nur bei der Verwendung eines geeigneten Meßdatensatzes möglich. Wenn das Modell das System nicht vollständig richtig beschreiben kann, ist der gefundene Parametersatz derjenige, der das Systemverhalten am "besten" wiedergibt. Jeder einzelne Parameter ist jedoch so gewählt, daß die Modellfehler möglichst gut ausgeglichen werden und entspricht deshalb nicht den physikalischen Vorstellungen. Daß dies auch auf die Wandelemente zutrifft zeigt sich an den dreidimensionalen Effekten, die in Kapitel 9 beschrieben werden.

## 7.2 Bestimmung thermischer und optischer Parameter der TWD vor den Wandelementen der Testwand

Die Beschreibung der optischen und thermischen Eigenschaften der TWD vor der Testwand soll gemäß Gleichung 2.14 geschehen. Die Bestimmung der Parameter  $k_{Ab,Au}$  und  $g$  wird in diesem Abschnitt behandelt. Hierzu bieten sich mehrere Möglichkeiten an, die im folgenden vorgestellt werden.

### 7.2.1 Bestimmung der k-Werte aus Nachtmittelwerten

In Zeiten ohne solare Strahlungsgewinne vereinfacht sich Gleichung 2.14 zu

$$q = k_{Ab,Au} \Delta T_{Au,Ab}. \quad (7.5)$$

Durch die Bildung von Nachtmittelwerten der Temperaturdifferenzen  $\Delta \bar{T}_{Au,Ab}$  und des Absorberwärmeflusses  $\bar{q} = \bar{q}_{Ab}$  läßt sich der Wärmedurchgangskoeffizient<sup>3</sup> analog zu Gleichung 2.15 als

$$k_{Ab,Au} = \frac{\bar{q}_{Ab}}{\Delta \bar{T}_{Au,Ab}} \quad (7.6)$$

darstellen. Aus den Meßwerten im Januar 1996 wurden Nachtmittelwerte jeweils von 21<sup>00</sup> Uhr abends bis 3<sup>00</sup> Uhr morgens gebildet. Daraus wurden die k-Werte gemäß Gleichung 7.6 berechnet. Das arithmetische Mittel dieser Werte für die verschiedenen Elemente findet sich zusammen mit der Wurzel der quadratischen Abweichung (hier mit Standardabweichung bezeichnet) in Tabelle 7.5.

Tabelle 7.5: Wärmedurchgangskoeffizient der sechs Elemente; ermittelt aus Nachtmittelwerten

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmedurchgangskoeffizient $k_{Ab,Au} \quad \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$	0,79	0,80	0,82	0,92	0,85	0,87
Standardabweichung $\sigma(k_{Ab,Au}) \quad \left[ 10^{-2} \frac{W}{m^2 K} \right]$	2,7	2,9	3,3	4,8	3,3	3,4

Die ermittelten k-Werte sind für alle Elemente unterschiedlich. Der höchste Wert ergibt sich beim Vollziegelement (4). Eine Erklärung dafür könnte in der Taubildung liegen, die bei diesem Element zu beobachten ist. Eventuell wird Wärme durch Dampfdiffusion und

<sup>3</sup>Für die allgemeine Definition des Wärmedurchgangskoeffizienten siehe Gleichung 2.12.

anschließende Kondensation von der Absorberseite zur Glasputzinnenseite ( $Gpi$ ) übertragen. Auffällig ist, daß die drei unteren Elemente einen höheren  $k$ -Wert aufweisen als die oberen. Eine eindeutige Erklärung dieses Sachverhalts kann hier nicht gegeben werden. Eventuell treten dreidimensionale Effekte auf, d.h. Wärmeleitung von der wärmeren Mitte der Elemente in die kühleren Randbereiche, die zu höheren Wärmeverlusten und damit zu höheren  $k$ -Werten führen. Dieser Temperaturunterschied auf der Absorberseite weist beim Betonelement nachts Werte bis zu  $1K$ , nach sonnigen Tagen meist mehr als  $2K$ , auf (siehe Abbildung D.2(a) und D.2(c)). Beim Porenbetonelement sind die nächtlichen Temperaturdifferenzen auf der Absorberseite in Perioden ohne nennenswerte Einstrahlung meist so klein, daß die Meßfehler dominieren. Nach schönen Tagen ist aber auch hier die gleiche Tendenz festzustellen. Die  $k$ -Werte solcher Nächte sind in der Regel auch höher als die der Nächte nach nebligen Tagen, die im Januar sehr viel häufiger waren.

Die Verwendung der Glasputzaußentemperatur  $\vartheta_{Gpa}$  anstelle der Außentemperatur  $\vartheta_{Au}$  ermöglicht die Bestimmung des Wärmedurchlaßkoeffizienten  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  über die Gleichung

$$\Lambda_{Ab,Gpa} = \frac{\bar{q}_{Ab}}{\Delta\bar{T}_{Gpa,Ab}} \quad (7.7)$$

Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 7.6 eingetragen.

Tabelle 7.6: Wärmedurchlaßkoeffizient der sechs Elemente (Absorber - Glasputzaußenschicht); ermittelt aus Nachtmittelwerten

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmedurchlaßkoef. $\Lambda_{Ab,Gpa}$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	0,85	0,86	0,89	1,01	0,93	0,97
Standardabweichung $\sigma(\Lambda_{Ab,Gpa})$ $\left[10^{-2}\frac{W}{m^2K}\right]$	1,1	1,5	1,8	3,8	1,8	2,2

Auf die gleiche Weise läßt sich auch

$$\Lambda_{Ab,Gpi} = \frac{\bar{q}_{Ab}}{\Delta\bar{T}_{Gpi,Ab}} \quad (7.8)$$

ermitteln.

Die Werte von  $\Lambda_{Ab,Gpi}$  sind in Tabelle 7.7 festgehalten.

Tabelle 7.7: Wärmedurchlaßkoeffizient der sechs Elemente (Absorber - Glasputzinnen-schicht); ermittelt aus Nachtmittelwerten

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmedurchlaßkoeff. $\Lambda_{Ab,Gpi}$ $[\frac{W}{m^2K}]$	1,02	1,10	1,09	1,20	1,12	1,18
Standardabweichung $\sigma(\Lambda_{Ab,Gpi})$ $[10^{-2} \frac{W}{m^2K}]$	1,5	2,2	2,2	4,2	2,3	2,6

Für das Element 1 sind die Nachtwerte und die entsprechenden Mittelwerte von  $k_{Ab,Au}$ ,  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  und  $\Lambda_{Ab,Gpi}$  in Abbildung 7.9 dargestellt.

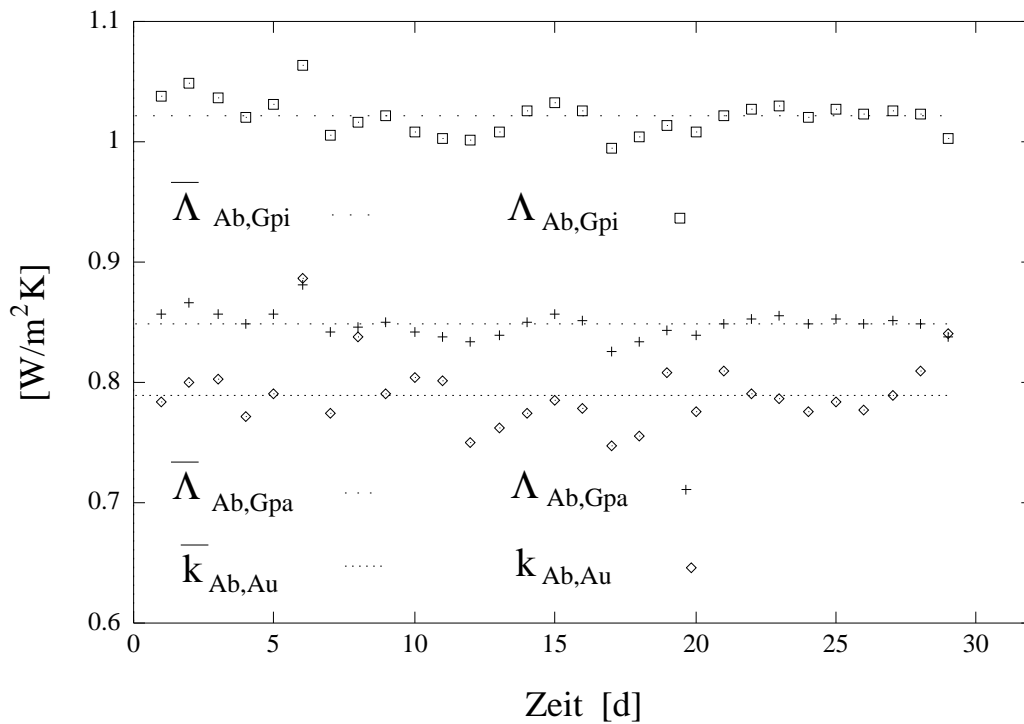


Abbildung 7.9: Nachtwerte  $\Lambda_{Ab,Gpi}$ ,  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  und  $k_{Ab,Au}$  sowie deren Mittelwerte

Die Abdeckung der Polykarbonat-Kapillaren durch das in Polyurethanlack getränkte Glasvlies und die Glasperlschicht scheint einen großen Effekt auf den Wärmetransport durch die TWD zu haben. Wird die Schicht mit  $d = 5\text{mm}$  angenommen, entspräche ihre Wirkung einer Dämmschicht mit der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda \simeq 0,025 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  und wäre somit kleiner als die von Styropor mit  $\lambda \simeq 0,036 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ <sup>4</sup>. Es ist allerdings nicht auszuschließen, daß der Temperaturmeßfühler einen größeren Absorptionskoeffizienten ( $\alpha$ ) für Wärmestrahlung hat als der Polyurethanlack und sich somit über die Temperatur der Abdeckschicht erwärmt. Dieser Effekt hätte eine Überschätzung von  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  zur Folge und wäre somit geeignet, den großen Effekt der Abdeckung zu relativieren. Eine zu klein gemessene Temperatur  $\vartheta_{Gpa}$  würde zu einer Unterschätzung der Wärmeleitfähigkeit führen und könnte sich dadurch ergeben, daß sich der Fühler leicht über die Oberfläche des Glasputzes erhebt. Eine endgültige Aussage hierüber ist nur nach einer Untersuchung der Absorptionseigenschaften von Fühler und Deckschicht oder anderer denkbarer Effekte möglich. Der Unterschied zwischen  $k_{Ab,Au}$  und  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  ist durch den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{Gpa,Au}$  über

$$\alpha_{Gpa,Au} = \left( \frac{1}{k_{Ab,Au}} - \frac{1}{\Lambda_{Ab,Gpa}} \right)^{-1} \quad (7.9)$$

bestimmt. Er ist in Tabelle 7.8 eingetragen und fällt mit  $\alpha_{Gpa,Au} \simeq 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$  deutlich niedriger aus als der DIN-Wert  $\alpha_{DIN} = 23 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ , liegt aber in der Nähe der Erwartungen bei Windstille<sup>5</sup>.

Tabelle 7.8: Wärmeübergangskoeffizient der sechs Elemente ( $\alpha_{Gpa,Au}$ ); ermittelt aus den Nachtmittelwerten  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  und  $k_{Ab,Au}$

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{Gpa,Au} \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$	11,33	11,6	10,55	9,92	9,85	8,67

### 7.2.2 Bestimmung aus dem instationären Verhalten

Eine andere Möglichkeit der Bestimmung des k-Werts ist die dynamische Parameteridentifikation, wie sie in Kapitel 5 beschrieben ist. Der Ausgangspunkt ist auch hier wieder Gleichung 2.14. Die Eingangsgrößen sind die Außen- und die Absorbtemperatur sowie die Einstrahlung. Als Ausgangsgröße bietet sich der Absorberwärmefluß an. Durch die Wahl des Gewichtungsfaktors *Sig*, der in Kapitel 5 eingeführt wurde, können bestimmte

<sup>4</sup>Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  wurde über die Gleichung  $\lambda = d \left( \frac{1}{\Lambda_{Ab,Gpa}} - \frac{1}{\Lambda_{Ab,Gpi}} \right)^{-1}$  für die verschiedenen Elemente berechnet.

<sup>5</sup>Bei Windstille kann der Wärmeübergangskoeffizient durch einen Strahlungsanteil von  $\alpha_{St} \simeq 5,5 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$  und einem konvektiven Anteil von  $\alpha_{konv} \simeq 2 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$  approximiert werden.



Teile des Datensatzes bei der Parameterschätzung unterdrückt werden. So ist es möglich, nur Nachtwerte zu nutzen, indem *Sig* in der übrigen Zeit auf hohe Werte gesetzt wird. Die k-Werte, die sich dabei für den Januar-Datensatz (2.1. bis 31.1.1996) ergeben, sind in Tabelle 7.9 aufgeführt.

Tabelle 7.9: Wärmedurchgangskoeffizient der sechs Elemente; ermittelt aus Nachtmessungen

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmedurchgangskoeffizient $k_{Ab,Au}$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	0,77	0,77	0,79	0,88	0,84	0,87

Die relative Abweichung<sup>6</sup>, die sich zwischen der quasi-stationären Nachtmittelwert-Methode und der dynamischen Methode für die k-Werte ergeben, liegen bei keinem Element über 5%. Dabei soll betont werden, daß für die Einstellung des Faktors *Sig* nicht die Uhrzeit, sondern die gemessene Einstrahlung am Pyranometer herangezogen wurde. In Zeiten, in denen der Meßwert von  $E_{Mp} < 0$  war, wurde er auf *Sig* = 1 und in der verbleibenden Zeit auf Werte *Sig*  $\gg 1$  gesetzt<sup>7</sup>. Das bedeutet, daß ein wesentlich größerer Teil der Nachtwerte zur dynamischen Parameterschätzung verwendet wurde und sich trotzdem die "gleichen" k-Werte ergaben. Dies ist nicht von vornherein selbstverständlich, da auch der relativ steile Verlauf der abendlichen Temperaturveränderung mit in die Identifikation einbezogen wurde. Hier können sowohl eine mögliche Temperaturabhängigkeit des k-Wertes als auch eine fehlerhafte Wärmeflußmessung in den dynamischen Betriebszuständen eine Rolle spielen. Somit ist indirekt ein Hinweis auf die Vernachlässigbarkeit dieser Effekte - zumindest bei den hier betrachteten Betriebszuständen - gefunden.

Werden Tages- und Nachtwerte zur Parameteridentifikation herangezogen, so können sowohl  $k_{Ab,Au}$  als auch ein mittlerer Gesamtenergiedurchlaßgrad  $g$  bestimmt werden. Die Ergebnisse, die sich anhand des Januar-Datensatzes ergeben, sind in Tabelle 7.10 zusammengestellt.

Die Übereinstimmung der auf diese Weise ermittelten k-Werte mit den aus Nachtmittelwerten gewonnenen ist wesentlich schlechter. Die relative Abweichung liegt dabei zwischen 2% bei Element 5 und 18% bei Element 3. Bei den Elementen mit schlechter wärmeleitendem Wandmaterial ist sie höher, bei denen mit gut leitendem niedriger. Die maximale relative Abweichung der g-Werte ( $1 - \frac{g_{min}}{g_{max}} = 1 - \frac{g_3}{g_5}$ ) zwischen den einzelnen Elementen beträgt 21%. Eine eindeutige Ursache für dieses Verhalten konnte nicht gefunden werden. Die relativ kleinen Werte von  $g_3$  und  $g_4$  könnten darauf zurückzuführen sein, daß diese Elemente etwas schmaler sind als die anderen und sich somit eine größere Selbstverschattung durch die Dicke der Umrandung ergibt. Der niedrige Wert von  $g_2$  ist auf diese Weise

<sup>6</sup>Die relative Abweichung des stationär ermittelten k-Wertes ( $k_{stat}$ ) und des dynamisch ermittelten  $k_{dyn}$  wird hier durch  $\Delta k_{rel} = 1 - \frac{k_{stat}}{k_{dyn}}$  berechnet.

<sup>7</sup>In der Nacht liefert das Pyranometer fast immer Werte  $E_{Mp} < 0 \frac{W}{m^2}$ . Dieses Phänomen beruht auf der Abstrahlung des Pyranometers gegenüber der Atmosphäre

Tabelle 7.10: Wärmedurchgangskoeffizient und mittlerer Gesamtenergiedurchlaßgrad (g-Wert) der sechs Elemente

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmedurchgangskoeffizient $k_{Ab,Au}$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	0,72	0,70	0,70	0,86	0,83	0,84
Gesamtenergiedurchlaßgrad $g_{Ab,Au}$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$	0,45	0,39	0,37	0,40	0,47	0,47

nicht zu erklären. Das gleichzeitige Auftreten relativ kleiner g- und k-Werte bei einzelnen Elementen könnte auch durch nichtlineare Effekte innerhalb der TWD begründet sein. Bei hohen Temperaturen kann der Wärmetransport durch Wärmestrahlung innerhalb der TWD eine größere Rolle spielen. Tritt dieser Effekt auf, so ist er mit der Einstrahlung korreliert. Im Modell kann dies durch eine Verringerung des g-Werts ausgeglichen werden. Bei kleineren Einstrahlungsleistungen (d.h. kleinere Temperaturen der Absorber) wird dann aber die Wärme, die den Absorber durchfließt, nur noch mit einem kleineren k-Wert richtig wiedergegeben. Für diesen Zusammenhang spricht, daß die kleinsten g- und k-Werte bei den Elementen, an denen die höchsten Temperaturen auftreten, zu finden sind<sup>8</sup>. Der Absorber des Porenbetonelements erreichte innerhalb des Meßzeitraums die mit Abstand höchsten Temperaturen (bis zu 95°C). Gleichzeitig fallen der g- und k-Wert am niedrigsten aus. Die schweren Elemente (4, 5 und 6) erreichen selten Temperaturen von über 45°C.

---

<sup>8</sup>Hier liegt dann der Fall vor, daß ein ungenügendes Modell (ohne nichtlinearen Anteil) an die Messungen angepaßt wird. Dabei wird eine Parameterkombination gefunden, die das Systemverhalten relativ gut nachbildet. Die Parameter entsprechen aber nicht den physikalischen Vorstellungen, die zur Erstellung des Modells geführt haben.

### 7.2.3 Bestimmung von g- und k-Wert durch Parametervariation

Auch beim Gesamtenergiedurchlaßgrad und dem Wärmedurchgangskoeffizienten der TWD kann eine Vielzahl von Kombinationen zu ähnlich guter Übereinstimmung von Messung und Rechnung führen. Eine dreidimensionale Darstellung der Zielfunktion

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \quad (7.10)$$

im Parameterraum  $(g, k)$  veranschaulicht diesen Zusammenhang. In Abbildung 7.10 ist die Zielfunktion für das Element 1 abgebildet, deren Werte durch Parametervariation ermittelt wurden. In Anhang B befinden sich die entsprechenden Darstellungen für die übrigen Elemente.

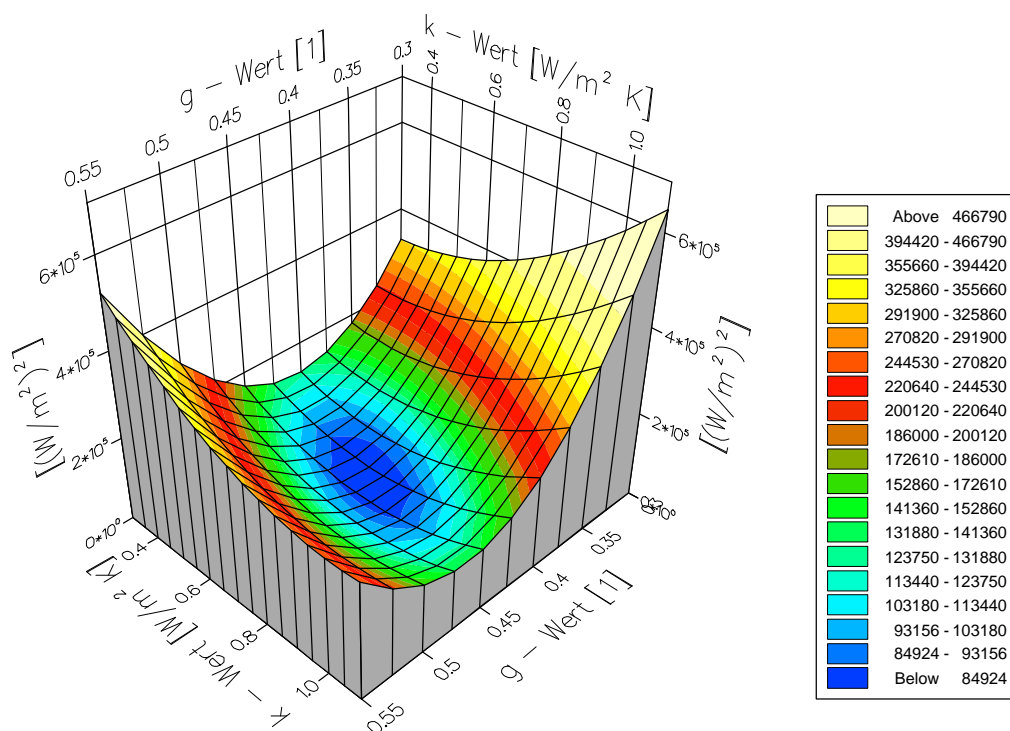


Abbildung 7.10: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmeflüsse

$\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right]$  in Abhängigkeit von g- und k-Wert

Die Hauptachsen des  $iso - -\chi^2$ -Ellipsoids, das in dieser Darstellung zu erkennen ist, verlaufen relativ parallel zu den Parameterachsen. Daraus folgt zwar eine verhältnismäßig

geringe Korrelation der beiden Parameter, dennoch ist der beste Wert des einen Parameters noch vom jeweiligen Wert des anderen abhängig.

Zur Berechnung der Zielfunktion wurde der Datensatz vom 2.1.1966 bis 13.3.1996 benutzt. Alle Werte, die über die Parameterschätzung nach dem Marquardt–Levenberg–Verfahren gefunden wurden (siehe Tabelle 7.10) liegen in der direkten Umgebung des Minimums. Auch die  $k$ -Werte aus der Nachtmittelwertbildung sind, wie ein Vergleich mit Abbildung 7.10 zeigt, nicht weit davon entfernt.

#### 7.2.4 Bestimmung von $g$ - und $k$ -Wert aus stationären Messungen

Vor der Montage der transparenten Abdeckungen der Wandelemente konnte eine dieser vorgefertigten Dämmschichten auf der kalorimetrischen  $g$ -Wert-Apparatur GKAL2 des ISE vermessen werden. Die Anlage ermöglicht die stationäre (*stat*) Bestimmung des Gesamtenergiedurchlaßgrades  $g$  und der Wärmedurchgangskoeffizient  $k$  transparenter Materialien und Bauteile. Ein Sonnensimulator sorgt dabei für die künstliche Einstrahlung. Wie bei der Testwand werden die Wärmeflüsse mit Wärmeflußplatten und die Temperaturen mit  $Pt_{100}$ -Meßfühlern gemessen.

Die Messung des Wärmedurchgangskoeffizienten  $k$  wurde bei einer mittleren Temperatur <sup>9</sup>  $\vartheta_M = 29 \text{ }^\circ\text{C}$  ohne Einstrahlung mit einem äußeren Wärmeübergangskoeffizienten <sup>10</sup>  $\alpha_a = 33 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$  ermittelt. Dabei hat sich der Wert  $k = 1,05 \pm 0,05 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$  ergeben. Der Wärmedurchlaßkoeffizient  $\Lambda_{Ab^{stat},Gpa}$  errechnet sich zu

$$\Lambda_{Ab^{stat},Gpa} = \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_a} \right)^{-1} \simeq 1,08 \pm 0,05 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}. \quad (7.11)$$

Der Vergleich dieses Wertes mit den Werten  $\Lambda_{Ab,Gpa}$ , die mit Hilfe von Nachtmittelwerten gewonnen wurden, zeigt eine relativ gute Übereinstimmung für die Elemente 4, 5 und 6. Für das Element (4) liegt  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  gerade noch so, daß sich die Fehlerbereiche von  $\Lambda_{Ab^{stat},Gpa}$  und  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  überschneiden. Bei den leichten Elementen beträgt die Abweichung über 17%. Alle  $\Lambda_{Ab,Gpa}$  sind kleiner als der Wert  $\Lambda_{Ab^{stat},Gpa}$  aus der  $g$ -Wert-Apparatur. Die Werte, die sich aus der instationären Methode ergeben, liegen noch etwas tiefer.

Der Gesamtenergiedurchlaßgrad wird in der Apparatur bei Einstrahlung des Sonnengenerators und  $\vartheta_r = \vartheta_{Ab^{stat}}$  ermittelt. Der über alle Einfallsrichtungen gemittelte Wert ergibt sich dabei zu  $g = 0,44 \pm 0,02$ . Ein Vergleich mit den durch dynamische Parameteridentifikation gewonnenen Werten zeigt eine gute Übereinstimmung für die Elemente 1, 4, 5 und

<sup>9</sup>Zur Ermittlung des  $k$ -Wertes wird die absorbierende Schicht ( $Ab^{stat}$ ), auf der die Probe montiert wird, über die Temperatur des Raumes  $\vartheta_r$  erwärmt, in dem die Apparatur steht. Die mittlere Proben temperatur errechnet sich als Mittelwert der Raumtemperatur und der Temperatur  $\vartheta_{Ab^{stat}}$  zu  $\vartheta_M = \frac{\vartheta_{Ab^{stat}} + \vartheta_r}{2}$ .

<sup>10</sup>Der Wärmeübergangskoeffizient kann mit Hilfe eines Walzenventilators, der die Oberfläche der Probe belüftet, eingestellt werden. Er wird auf einen Wert eingestellt, bei dem kleinere Abweichungen nur noch einen geringen Einfluß auf den aus Wärmefluß und Temperaturdifferenz berechneten  $k$ -Wert haben (siehe Gleichung 2.12).

6. Die g-Werte der Elemente 2 und 3 sind tiefer und liegen außerhalb des Fehlerbereichs des stationär ermittelten g-Wertes.

Die Frage, welche der g-, k- und A-Werte richtig sind und wodurch die Abweichungen im einzelnen zustandekommen, kann an dieser Stelle nicht eindeutig geklärt werden.

### 7.3 Bestimmung von Parametern mit Langzeitmittelwerten

Durch die Verwendung langfristiger Mittelwerte der Temperaturdifferenz, des Wärmeflusses und der Einstrahlung lassen sich weitere Parameter, die der Beschreibung einer transparent wärmegeämmten Wand dienen, ermitteln. Wird Gleichung 2.15 durch Temperaturdifferenz  $\Delta T_{Au,i}$  geteilt, so ergibt sich die Gleichung

$$\frac{\bar{q}_{TWD}}{\Delta \bar{T}_{Au,i}} = k_{Au,i} - \eta \frac{\bar{E}}{\Delta \bar{T}_{Au,i}} \equiv k_{eff}, \quad (7.12)$$

die als effektiver k-Wert  $k_{eff}$  bezeichnet wird<sup>11</sup>. Aus dem Datensatz vom 2.1.1996 bis 13.3.1996 wurden die gleitenden Mittelwerte für die Elemente gebildet. Dabei erfolgte die Summation jeweils über 32 Tage und wurde in Abständen von 2 Tagen wiederholt. Die  $k_{eff}$ -Werte, die sich für die sechs Elemente ergeben, sind in Abbildung 7.11 über  $\frac{\bar{E}_{mP}}{\Delta \bar{T}_{Au,i}}$  aufgetragen<sup>12</sup>. Die durchgezogenen Geraden ergeben sich durch die Anpassung der Parameter  $k_{Au,i}$  und  $\eta$  an die gemittelten Meßwerte. In Tabelle 7.11 sind die Parameterwerte für die verschiedenen Elemente eingetragen. Als Wärmefluß wurde  $\bar{q}_{TWD} = \bar{q}_{Ab}$  verwendet. D.h es wurde der Absorberwärmefluß und nicht der Wärmefluß auf der Wandinnenseite ( $q_{Pr,i}$ ) verwendet. Bei langfristiger Mittelwertbildung und Systemen, bei denen keine mehrdimensionalen Effekte auftreten, ist dies gerechtfertigt. Bei den Wandelementen führt dieses Vorgehen mit Sicherheit zu einer Überschätzung des Wirkungsgrades  $\eta$  (siehe hierzu auch Kapitel 9 und Anhang C). Durch die Mittelung über 32 Tage sind

Tabelle 7.11: Wärmedurchgangskoeffizient und Wirkungsgrad der Wandelemente

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Wärmedurchgangskoeffizient $k_{Au,i} \quad \left[ \frac{W}{m^2K} \right]$	0,42	0,38	0,29	0,55	0,58	0,59
Wirkungsgrad $\eta$	0,27	0,21	0,16	0,27	0,32	0,33

alle  $k_{eff} < 0$ . Bei Verwendung kürzerer Mittelungsintervalle treten auch  $k_{eff} > 0$  auf. Allerdings ist die Streuung der Mittelwerte um die gefittete Gerade dann größer. Dieser

<sup>11</sup>Für die Definition von  $\eta$  siehe Gleichung 2.16.

<sup>12</sup> $E_{mP}$  ist der in der Mitte der Testwand mit einem Pyranometer gemessene Strahlungsfluß (siehe Anhang A, Abbildung A.3).

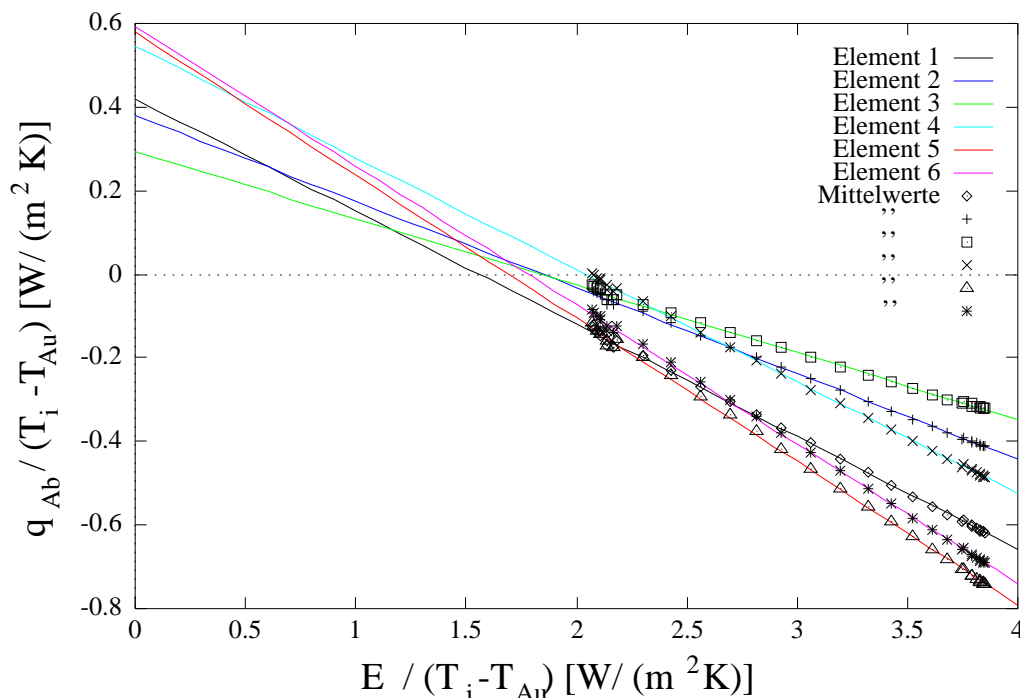


Abbildung 7.11: Darstellung des effektiven  $k$ -Wertes  $k_{eff} = \frac{\bar{q}_{Ab}}{\Delta T_{Au,i}}$  der sechs Elemente; Mittelwerte über je 32 Tage mit 2 Tagen Zeitversatz und gefittete  $k_{eff}$ -Kennlinie

Sachverhalt resultiert aus den großen Zeitkonstanten der Systeme und den wechselnden Witterungsbedingungen. Die graphische Darstellung erlaubt, das Verhalten der Elemente bei unterschiedlichen Wetterverhältnissen abzuschätzen. Bei geringer Einstrahlung sind die Wärmeverluste durch die leichten Elemente (1, 2 und 3) geringer. Das Porenbetonelement hat dabei die beste Dämmwirkung. Kalksandstein (6) und Beton (5) zeichnen sich bei hohen Einstrahlungswerten durch hohe Wärmegewinne aus. Das Vollziegelement erscheint besonders ungünstig. Dabei muß jedoch angemerkt werden, daß dieses Element relativ häufig verschattet war, ohne daß dies durch die Messungen erfaßt werden konnte. Deshalb kann keine sichere Aussage über das Verhalten einer mit TWD abgedeckten Vollziegelwand gemacht werden. Das Hochlochziegelement (1) hat mit einem niedrigen  $k_{Au,i}$ -Wert und einem relativ großen  $\eta$ -Wert besonders günstige Eigenschaften.

Für das Raumklima ist es auch wichtig, wann die Wärmegewinne den Raum erreichen. Hierzu ist der Phasenversatz zwischen der Temperatur an der Absorberseite und der an der Wandinnenseite der Elemente ausschlaggebend. In Tabelle 7.12 ist dieser Phasenversatz als Zeitdifferenz aufgetragen. Besonders günstig ist es, wenn die Wärme den Raum am Abend erreicht, da dieser dann nicht mehr über die Sonneneinstrahlung durch die Fenster erwärmt wird. Als Wandmaterial, das einerseits einen relativ großen Wärmegewinn und

Tabelle 7.12: Zeitversatz zwischen den Temperaturverläufen an der Absorberseite und der Wandinnenseite der sechs Elemente (ermittelt durch Bildung der Kreuzkorrelation der Temperaturen)

Parameter	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5	Element 6
Zeitversatz $\Delta t$ [h]	6,2	6,4	7,8	5,8	3,9	4,8

kleine Verluste in strahlungsarmen Zeiten und andererseits einen verhältnismäßig großen Zeitversatz aufweist, scheinen die Hochlochziegel des Wandelements (1) besonders geeignet für den Einsatz in TWD-Wänden. Bei Beton sind zwar die Wärmegewinne in strahlungsreichen Zeiten groß, dafür treten aber hohe Verluste in weniger sonnenverwöhnten Tagen auf. Auch der geringe Zeitversatz erweist sich als weniger vorteilhaft.





## Kapitel 8

# Analyse von Messungen am Energieautarken Solarhaus Freiburg

### 8.1 Systembeschreibung

Innerhalb des Forschungsvorhabens “Energieautarkes Solarhaus” soll gezeigt werden, daß es auf Basis eines Niedrigenergiehauses gelingt, den gesamten Energiebedarf eines Wohngebäudes durch Solarenergie zu decken. Das Energieautarke Solarhaus Freiburg (ES) wurde zu diesem Zweck erbaut und ist seit Oktober 1992 fertiggestellt und bewohnt. Ein Wasserstoffspeicher, der durch einen Elektrolyseur gespeist wird, ermöglicht die saisonale Energiespeicherung. Der Elektrolyseur bezieht den Strom dabei aus einer Photovoltaik-Anlage auf dem Dach des Hauses. Zur Brauchwassererwärmung werden hocheffiziente Solarkollektoren eingesetzt. Das thermische Konzept basiert auf einer guten Wärmedämmung, Lüftungswärmerückgewinnung und passiver Solarenergienutzung. Für die passiven Solarstrahlungsgewinne sorgen die großen Fensterflächen und die transparent wärme gedämmten Wände. Die TWD-Wände geben die Strahlungsgewinne phasenversetzt an die Innenräume ab und wirken als Pufferspeicher für den Wärmebedarf an strahlungsarmen Tagen. Eine Photographie des Gebäudes zeigt Abbildung 8.1.

Die transparent wärme gedämmten Wände sind in Einzelelemente mit jeweils ca.  $1m^2$  Fläche angeordnet, die zum Schutz vor Überhitzung durch Rollos verschattet werden können. (Im ersten Stock in der Mitte des Hauses sind  $3 \times 4$  unverschattete Elemente zu erkennen.) Die einzelnen Elemente sind sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung durch opake Rahmenelemente getrennt.

Um eine detaillierte Erfassung des Gebäudeverhaltens zu gewährleisten, werden 114 Meßgeräte im 10-Sekunden-Takt abgetastet und als Mittelwerte über je 10 Minuten auf einer Festplatte abgelegt. Die Auswertungen dieser Daten weisen auf Wärmeverluste der TWD-Wände hin, die über den erwarteten Werten liegen [Voss 93]. Auch Phasenverschiebung und Temperaturamplitudendämpfung dieser Wände stimmen nicht mit den durch Simulation des Systems gewonnenen Werten überein.

Dämpfung und Phasenverschiebung hängen wesentlich von der Wärmekapazität  $c_p$  und der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  der Wandmaterialien ab. Eine mögliche Ursache der Diskrepanz



Abbildung 8.1: Energieautarkes Solarhaus Freiburg

könnte also in der Annahme falscher Parameterwerte für diese Materialien begründet sein. Das Wandmaterial besteht aus Kalksandstein mit der Dichte  $\rho = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Die Literaturwerte der Wärmeleitfähigkeit und -kapazität sind  $\lambda \simeq 0.99 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  und  $c_p \simeq 0.84 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ .

## 8.2 Schätzung der Wandparameter $\lambda$ und $c_p$

Um zu überprüfen, ob die Berechnungen mit einem anderen Parametersatz das Systemverhalten besser wiedergeben können als die mit den bisher angenommenen Materialwerten, bietet sich eine Parameteridentifikation an. Für das resultierende Raumklima sind die Temperaturen und Wärmeflüsse an der Rauminnenseite der TWD-Wände ausschlaggebend. Das bedeutet, daß die Modellrechnungen mit den geschätzten Parametern die Messungen dieser Größen möglichst genau wiedergeben sollten. Dies wird erreicht, wenn sie zur Bildung der Zielgröße für die Parameteridentifikation genutzt werden. Die Schätzung der beiden Parameter für die TWD-Wände des Energieautarken Solarhauses mit dem Wärmefluß  $q_{Wi}$  und der Temperatur  $\vartheta_{Wi}$  als Ausgangsgrößen wird in diesem Abschnitt besprochen<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Der Wärmefluß und die Temperatur an der Wandinnenseite der TWD-Wände werden beim ES in ca. 2cm Tiefe unter Putz gemessen. Deshalb wird hier der Index  $Wi$  und nicht  $Pri$  verwendet. Bei schneller Veränderung des Betriebszustandes sind deutlich unterschiedliche Werte der Meßgrößen an den beiden Orten zu erwarten (siehe auch Abbildung 9.3). Bei den relativ konstanten Raumtemperaturen ist der

### 8.2.1 Rechenmodell

Zur Parameteridentifikation wurde ein einfaches Modell der Wand genutzt, um das Systemverhalten zu simulieren. Dabei erfolgte die Modellierung der Wand mit Hilfe eines eindimensionalen Rechenmodells, das mit dem TRNSYS-TYPE56 erstellt wurde.

Als Eingangsgröße dient auf der Absorberseite die gemessene Absorberrtemperatur  $\vartheta_{Ab}$  und auf der Innenseite die Raumtemperatur  $\vartheta_i$ . Bei Kenntnis der Parameter ist durch diese beiden Größen das Verhalten der Wand unter den Annahmen, daß die Wandparameter konstant sind und die eindimensionale Approximation gerechtfertigt ist, vollständig bestimmt. Gleichzeitig sind durch die Abkopplung des transparenten Teils (durch die Wahl des Absorbers als Systemgrenze) mögliche Fehler ausgeschlossen, die bei der Berechnung des Strahlungsdurchlasses oder des Wärmedurchganges durch die TWD entstehen. Der Wärmefluß von der inneren Wandoberfläche zum Raum wurde dabei durch einen konvektiven Teil über den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{i,konv}$  und den Wärmestrahlungsaustausch mit den umgebenden Flächen berechnet. Die Verwendung der Wandtemperatur  $\vartheta_{Wi}$  anstelle der Raumtemperatur würde auch Fehler durch eine falsche Berechnung des Wärmeüberganges nach innen ausschließen. Die Möglichkeit, das Verhalten einer Wand durch Vorgabe zweier Wandtemperaturen zu berechnen, ist jedoch nicht in TRNSYS implementiert<sup>2</sup>. Durch die Identifikation des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{i,konv}$ , der bei den im Raum herrschenden Bedingungen als konstant angenommen wird, kann dieser Fehler minimiert werden. Somit ist das unter den gegebenen Rahmenbedingungen einfachste Modell erstellt.

### 8.2.2 Ergebnisse der Parameteridentifikation

Anhand dieses Modells wurden Parameteridentifikationen mit dem Softwarepaket TRNSPID vorgenommen. Dabei wurden Messungen eines Segments der Küchenwand des ES benutzt. Der verwendete Datensatz erstreckt sich vom 1.1.1995 bis zum 17.2.1995.

Zur Untersuchung des Einflusses des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{i,konv}$  auf die Modellberechnungen und die Auswirkungen auf die Parameterschätzung, wurde dieser vorerst nicht zur Identifikation freigegeben. Er wurde auf  $\alpha_{i,konv} = 2,5 \frac{W}{m^2K}$  gesetzt. Die Ergebniswerte der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  sowie der -kapazität  $c_p$  sind in nebenstehender Tabelle zusammen mit den ausgegebenen Konfidenzintervallen eingetragen.

Parameter	Ergebniswert	Vertrauensintervall [%]
$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$	1,18	1,6
$c_p \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	0,97	2,5

**Tabelle 8.1:** Geschätzte Parameter des Wandmaterials eines Wandsegments des ES bei festgesetztem innerem konvektivem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{i,konv}$

Unterschied aber gering.

<sup>2</sup>Bei der Simulation des Gebäudeverhaltens ist kein Parameter genau bekannt, so daß die Situation, die sich durch den unbekanntem Wert von  $\alpha_i$  ergibt, noch relativ unproblematisch ist.

Wird der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{i,konv}$  auch zur Identifikation freigegeben, ändern sich auch die Schätzwerte der anderen Parameter. Die Ergebniswerte der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , der -kapazität  $c_p$  und des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{i,konv}$  sind in nebenstehender Tabelle aufgeführt. Die geschätzten Werte von  $\lambda$  und  $c_p$  unterscheiden sich um 7% beziehungsweise 6% von denen bei festgelegtem  $\alpha_{i,konv}$ .

Parameter	Ergebniswert	Vertrauensintervall [%]
$\lambda$ $\left[\frac{W}{mK}\right]$	1,09	2,3
$c_p$ $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$	0.91	2,8
$\alpha_{i,konv}$ $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$	3,17	2,8

**Tabelle 8.2:** Geschätzte Parameter des Wandmaterials eines Wandsegments des ES

Die Abbildungen 8.2 und 8.4 zeigen zum Vergleich einen Ausschnitt mit Meß- und Rechenwerten der verwendeten Ausgangsgrößen. Die Rechenwerte ergeben sich mit den beiden identifizierten Parametersätzen. Es zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung für beide Parameterkombinationen. Bei den Wärmeflüssen ergeben sich die größten Abweichungen während der Phasen mit starker Dynamik. Hierfür kommen als Ursache zum einen die Tatsache, daß nicht direkt an der Oberfläche der Wand gemessen wird, sondern unter Putz ( $Wi$ ) und zum anderen die Meßungenauigkeit der Wärmefußplatten bei instationären Betriebsbedingungen in Frage. In Abbildungen 8.3 und 8.5 sind die Residuen der Ausgangsgrößen für die beiden Parameterkombinationen aufgetragen. Die berechnete Wandtemperatur  $\vartheta_{Wi}$  weicht bei  $\alpha_{i,konv} = 2,5 \frac{W}{m^2K}$  häufiger nach oben von den gemessenen Werten ab (siehe Abbildungen 8.3) als bei  $\alpha_{i,konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$  (siehe Abbildungen 8.5). Hier fällt eine etwas häufigere Abweichung nach unten auf, insgesamt ist sie aber geringer. Daß der Einfluß des kleineren Wärmeübergangskoeffizienten durch etwas höhere Wandtemperaturen ausgeglichen werden muß, ist direkt aus dem Zusammenhang

$$q_{konv} = \alpha_{i,konv} \Delta T_{Pri,i} \quad (8.1)$$

ersichtlich. Dementsprechend müssen auch die Wandparameter  $\lambda$  und  $c_p$  andere Werte erhalten. Eine anschauliche Diskussion ist hier wegen der Komplexität der Lösung der Fourierrechnung (siehe Kapitel 4, Abschnitt 4.1.2) schwieriger. Die höheren Temperaturen  $\vartheta_{Wi}$  können in Zeiten mit Energiegewinnen durch ein größeres  $\lambda$  erreicht werden. (In dieser Situation zeigt der Temperaturgradient im Wandmaterial von innen nach außen. Die höheren Temperaturen liegen also in den äußeren Bereichen des Wandmaterials vor.) Ohne eine gleichzeitige Anpassung der Kapazität  $c_p$  würde sich aber die Phasenlage verändern. In die Lösungen der Fourierrechnung im Laplace-Raum (Gleichung 4.27 und 4.26, Seite 32) geht die Temperaturleitfähigkeit  $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  ein. Daraus geht hervor, daß das Zusammenspiel von  $\lambda$  und  $c_p$  eine wesentliche Rolle bei instationären Wärmeleitungsproblemen spielt.

Die Phasenlage der Temperatur und des Wärmeflusses wird in beiden Simulationen gut wiedergegeben. Die Modellrechnungen und die Meßdaten sind mit beiden Parametersätzen relativ ähnlich. Allerdings zeigen sich systematische Abweichungen. So ergeben die Berechnungen mit  $\alpha_{i,konv} = 2,5 \frac{W}{m^2K}$ , wie oben erwähnt, zu hohe Temperaturen  $\vartheta_{Wi}$ , insbesondere dann, wenn große Wärmegewinne auftreten. Bei der Berechnung mit  $\alpha_{i,konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$  zeigt sich gerade das gegenteilige Verhalten.

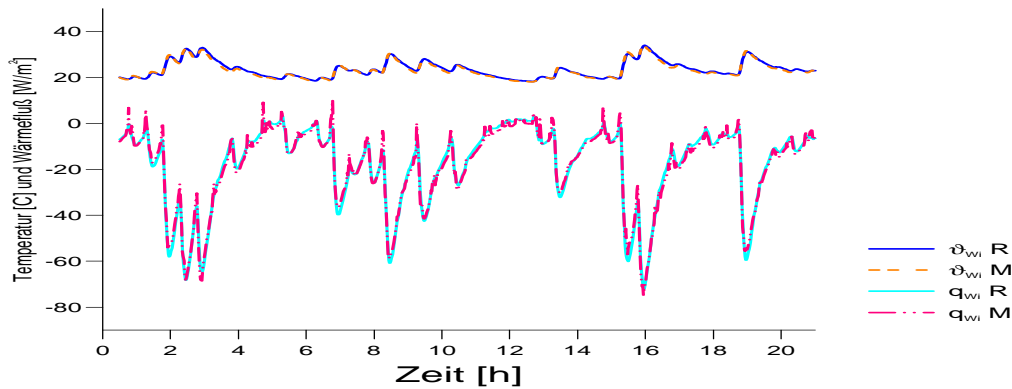


Abbildung 8.2: Vergleich von gemessenen und berechneten Temperaturen  $\vartheta_{W_i}$  und Wärmeflüssen  $q_{W_i}$  an der Wandinnenseite; Berechnung mit zwei geschätzten Parametern  $\lambda = 1,18 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  und  $c_p = 0,97 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$  bei gewähltem  $\alpha_{konv} = 2,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

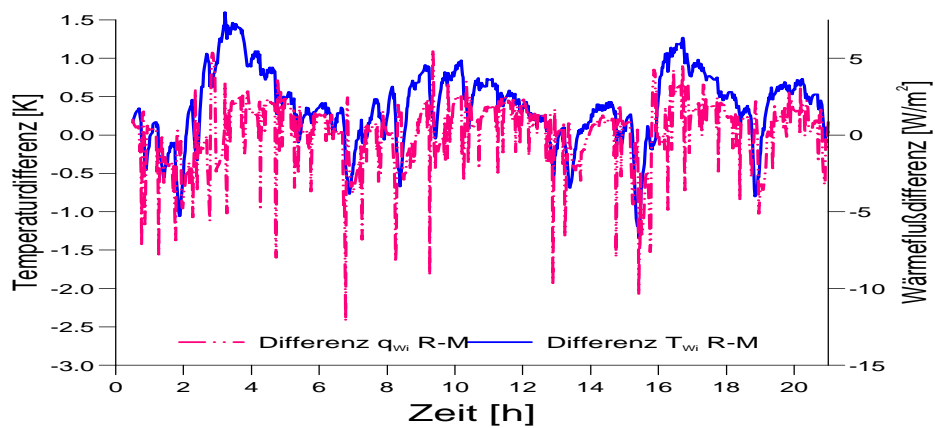


Abbildung 8.3: Residuen der gemessenen und berechneten Temperaturen  $\vartheta_{W_i}$  und Wärmeflüssen  $q_{W_i}$  an der Wandinnenseite; Berechnung mit zwei geschätzten Parametern  $\lambda = 1,18 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  und  $c_p = 0,97 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$  bei gewähltem  $\alpha_{konv} = 2,50 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

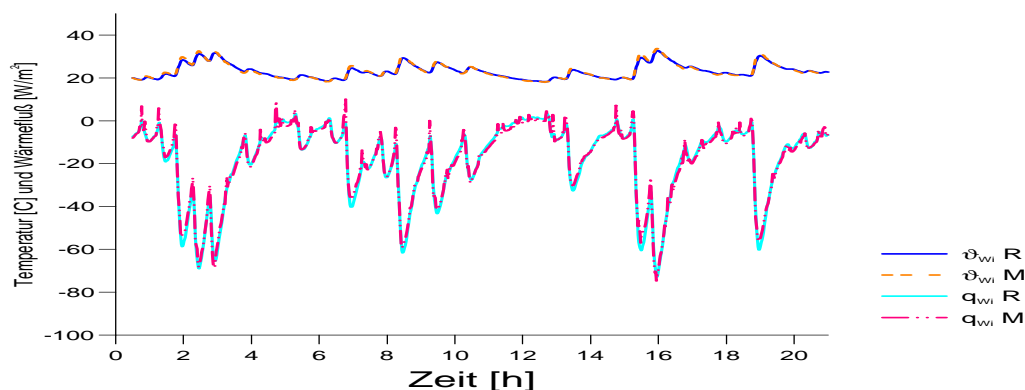


Abbildung 8.4: Vergleich von gemessenen und berechneten Temperaturen  $\vartheta_{wi}$  und Wärmeflüssen  $q_{wi}$  an der Wandinnenseite; Berechnung mit drei geschätzten Parametern  $\lambda = 1,09 \frac{W}{mK}$ ,  $c_p = 0,91 \frac{kJ}{kgK}$  und  $\alpha_{konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$

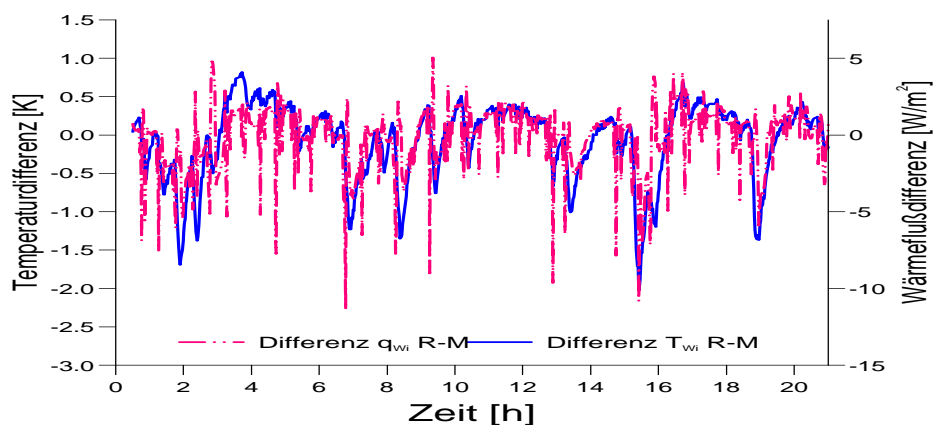


Abbildung 8.5: Residuen der gemessenen und berechneten Temperaturen  $\vartheta_{wi}$  und Wärmeflüssen  $q_{wi}$  an der Wandinnenseite; Berechnung mit drei geschätzten Parametern  $\lambda = 1,09 \frac{W}{mK}$ ,  $c_p = 0,91 \frac{kJ}{kgK}$  und  $\alpha_{konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$

Aus den Ergebnissen kann also nicht mit Sicherheit entschieden werden, welcher der Parametersätze der bessere ist und vor allem, in welchem Fall die Parameter näher an den wahren Werten liegen. Auch die berechneten Konfidenzintervalle lassen keine deutlichen Schlüsse zu, da sie für beide Parametersätze annähernd gleich sind. Die Abweichung von den Literaturwerten ist für den Fall mit  $\alpha_{i,konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$  geringer.

Die Wärmeflußsummen  $qSum_{Wi}$  der Rechenwerte ( $R$ ) und der gemessenen Werte ( $M$ ) stimmen in beiden Simulationen gut überein. Nach 48 Tagen beträgt die Abweichung 3% für den Fall mit  $\alpha_{i,konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$  und 5% für den anderen. In Abbildung 8.6 sind die Wärmeflußsummen aus den Messungen und den Berechnungen mit den drei identifizierten Parametern abgebildet.

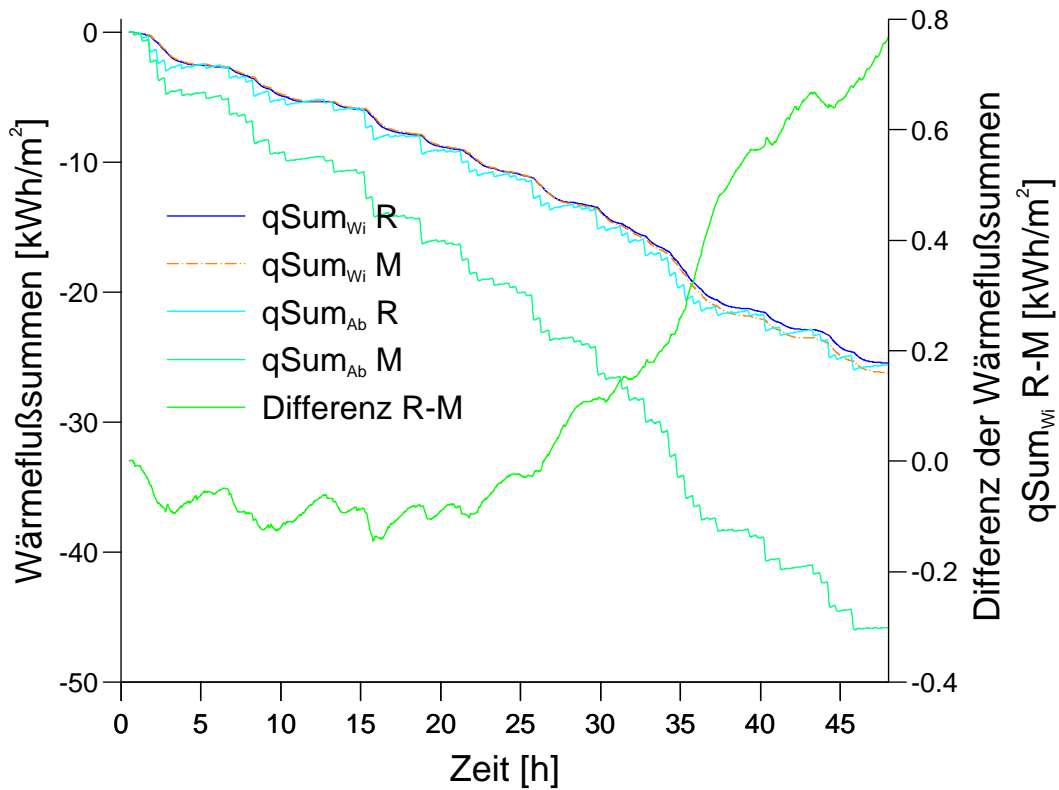


Abbildung 8.6: Gerechnete ( $R$ ) und gemessene ( $M$ ) Wärmeflußsummen an der Wandinnen-seite ( $qSum_{Wi}$ ) und der Absorberseite ( $qSum_{Ab}$ ) sowie die Differenz zwischen  $qSum_{Wi}R$  und  $qSum_{Wi}M$ ; Berechnung mit drei geschätzten Parametern  $\lambda = 1,09 \frac{W}{mK}$ ,  $c_p = 0,91 \frac{kJ}{kgK}$  und  $\alpha_{konv} = 3,17 \frac{W}{m^2K}$

Auch die Differenzen zwischen Meß- und Rechenergebnissen sind hier aufgetragen. Der größte Anstieg dieser Differenz zeigt sich zwischen dem 33. und 38. Tag in einer Periode mit besonders großen Wärmegewinnen und ist somit von systematischem Charakter.

Interessant ist nun auch die Frage, ob Systemeigenschaften, die nicht durch die Wahl der

Ausgangsgrößen festgelegt sind, vom Modell richtig wiedergegeben werden können. Eine deutliche Antwort hierauf ergibt sich aus dem Vergleich der Wärmeflußsummen  $qSum_{Ab}$  an der Absorberseite. Auch ihre Werte sind in Abbildung 8.6 aufgetragen. Wie für ein eindimensionales Modell nicht anders zu erwarten, sind die Summen der absorberseitigen und der raumseitigen berechneten Wärmeflüsse bis auf kleinere Schwankungen, die durch den Speichereffekt der Wand hervorgerufen werden, gleich. Die Abweichung der gemessenen und gerechneten Absorberwärmeflußsummen  $qSum_{Ab}$  ist sehr groß. Durch das eindimensionale Modell kann der Effekt nicht nachgebildet werden. Genauso wie der Wärmefluß an der Innenseite kann auch der an der Absorberseite als Ausgangsgröße genutzt werden. Dann stimmen bei Verwendung der geschätzten Parameter auch hier die gerechneten und gemessenen Wärmeflüsse und ihre Summen überein.

**Schlußfolgerung und Konsequenz:** Es ist möglich, durch ein eindimensionales Modell die Meßwerte des Wärmeflusses und der Temperatur an der Innenseite der TWD-Elemente zu reproduzieren. Dazu können die Parameter, mit deren Hilfe dies ermöglicht wird, durch Parameteridentifikation gewonnen werden. Die Verwendung von Literaturwerten oder auf andere Weise gewonnenen Werte der Parameter führt zwangsläufig zu Fehleinschätzungen der Wärmegewinne und der Phasenlage der Meßgrößen, da das Modell die Eigenschaften des Systems nicht wiederzugeben vermag. Der Versuch, das Gebäudeverhalten mit Hilfe eindimensionaler Modelle zur Beschreibung der TWD-Wände zu simulieren, stößt somit an prinzipielle Grenzen. Zu Planungszwecken hat die Simulation zwar ihre Rechtfertigung, die Genauigkeit der dadurch gewonnenen Vorhersagen sollte aber keinesfalls überschätzt werden.

Um eine Identifikation der physikalischen Parameter zu ermöglichen muß

- ein Modell verwendet werden, das alle relevanten physikalischen Aspekte berücksichtigt und
- es müssen alle relevanten Eingangsgrößen durch Messungen erfaßt werden.

Beides kann einen enormen Aufwand erfordern, dessen Rechtfertigung fragwürdig ist.

Eventuell ließen sich Kriterien definieren, die die Verwendung einfacher Modelle zur Simulation des für den Nutzer entscheidenden Gebäudeverhaltens ermöglichen. Dazu müssen aber vorher die verschiedenen Einflüsse untersucht werden, um Möglichkeiten einer vereinfachten Beschreibung zu finden.



## Kapitel 9

# Dreidimensionale Wärmeleitungseffekte

In den Modellen, die zur Beschreibung von Gebäuden Verwendung finden, wie beispielsweise TRNSYS, werden Wände in der Regel eindimensional beschrieben. Die Voraussetzungen für die Richtigkeit dieser Beschreibung sind aber nicht immer gut erfüllt. Schon im stationären Zustand können dreidimensionale Effekte eine Rolle spielen. Bereits in Zusammenhang mit Abbildung 2.2 wurde darauf hingewiesen, daß Messungen auf der Absorberseite einer TWD-Wand größere Wärmegewinne ergeben als die auf der Wandinnenseite.

Das langfristige Divergieren der Wärmeflußsummen läßt sich nicht durch Speichereffekte erklären. Verschiedene Experimente mit der Testwand, die im Dezember 1995 durchgeführt werden konnten, haben bestätigt, daß dieser Effekt von der Hauptrichtung des Wärmeflusses durch die Wand abhängt. Die Klimakammer wurde dazu abschnittsweise beheizt oder gekühlt. Die Messungen an der Wandoberfläche wiesen für längere Perioden mit einer deutlich ausgeprägten Vorzugsrichtung immer den gleichen Charakter auf. Scheinbar fließt mehr Wärme in das System hinein als es auf der anderen Seite verläßt. Die Differenz muß an anderer Stelle wieder ausgeglichen werden. Eine Möglichkeit besteht darin, daß die Wärme an den Rändern der Elemente verloren geht. Um dies zu untersuchen, wurde mit dem Simulationsprogramm STRAND6 eine stationäre, zweidimensionale Simulation des Betonelements durchgeführt [STRAND6]. Das Element steht auf einem Holzrahmen der Dicke  $d_H = 0,14m$ , dessen Wärmeleitfähigkeit mit  $\lambda_H = 0,072 \frac{W}{mK}$  angenommen wurde. Der innere Wärmeübergang von der Raumluft an die Wandoberfläche wurde durch eine Dämmschicht mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten  $k_{Pri,i} = 7 \frac{W}{m^2K}$  approximiert. Die TWD-Schicht wurde durch eine Dämmschicht mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten  $k_{Ab,Au} = 1 \frac{W}{m^2K}$  ersetzt. Die Wärmeleitfähigkeit des Betonelements wurde mit  $\lambda_B = 1,4 \frac{W}{mK}$  angenommen. Zur besseren Übersicht sind die zur Berechnung verwendeten Werte nochmals in Tabelle 9.1 aufgeführt. Als Randbedingungen wurde die Außentemperatur auf

Tabelle 9.1: Parameterwerte für die zweidimensionale, stationäre Simulation

Parameter	$\lambda_H \left[ \frac{W}{mK} \right]$	$k_{Pri,i} \left[ \frac{W}{m^2K} \right]$	$k_{Ab,Au} \left[ \frac{W}{m^2K} \right]$	$\lambda_B \left[ \frac{W}{mK} \right]$
	0,072	7,0	1,0	1,4

$\vartheta_{Au} = 5^\circ C$ , die Raumtemperatur auf  $\vartheta_i = 20^\circ C$  und die Temperatur der Bodenplatte

auf  $\vartheta_{Au} = 10^\circ\text{C}$  gesetzt<sup>1</sup>. Die Reduktion auf zwei Dimensionen bedeutet dabei, daß die Temperatur- und Wärmefußverteilung der Wand in horizontaler Richtung als isotrop angenommen wurde. Die Grenzfläche zum Holzrahmen, der das Betonelement vom darüber liegenden trennt, wurde als adiabat angesetzt. Die Anordnung sowie die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 9.1 dargestellt. Bei den gewählten Bedingungen stellt sich in der

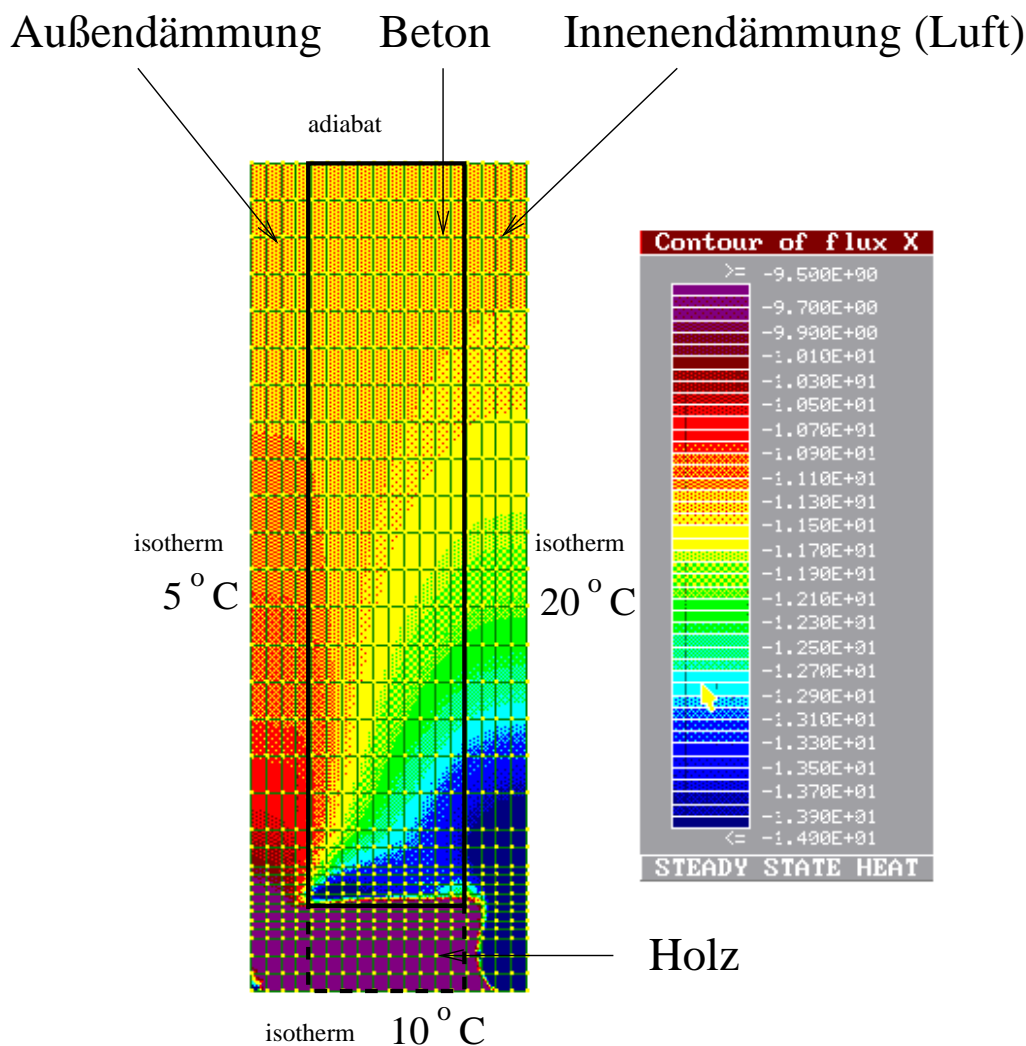


Abbildung 9.1: Stationäre 2D-Simulation des Wärmeflusses  $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]$  senkrecht zur Oberfläche. Die Materialdaten sind denen des Betonelements ähnlich. Im Gegensatz zur sonst verwendeten Definition ist hier bei Wärmeverlusten  $q < 0$ .

Mitte des Elements ein Wärmefußunterschied von ca. 5% zwischen der äußeren (Absor-

<sup>1</sup>Die Testwand steht auf einer Betonplatte, die teilweise von einer Metallschiene überdeckt wird. Da keine Temperaturmessungen unter dem Wandelement vorgenommen werden konnten, wurde der Wert der Bodentemperatur auf einen beliebigen, aber plausiblen Wert gesetzt.

berseite) und der inneren Oberfläche ein. Der vertikale Unterschied über die Innenfläche beträgt ca. 24%, der an der Außenfläche ist mit 5% wesentlich kleiner. Der maximale horizontale Unterschied stellt sich knapp oberhalb des unteren Holzrahmens mit 19% ein. Simulationen mit anderen Leitfähigkeiten des Wandmaterials zeigen eine Abnahme der relativen Wärmeflußdifferenzen mit sinkender Leitfähigkeit des Wandmaterials. Wie schon in Kapitel 3, Abschnitt 3.3 erwähnt, wurden beim Betonelement an verschiedenen Stellen Wärmeflußplatten installiert. In Abbildung A.5 sind die Meßpunkte an der inneren Wandoberfläche skizziert. Auf der Absorberseite sind die Sensoren denen der Innenseite gegenüberliegend montiert. Eine Darstellung der Wärmeflußsummen an diesem Element (vom 2.1.1996 bis 13.3.1996) ist in Abbildung 9.2 gegeben. Während dieser Zeit wurde die Temperatur in der Klimakammer konstant auf  $21^{\circ}\text{C}$  gehalten.

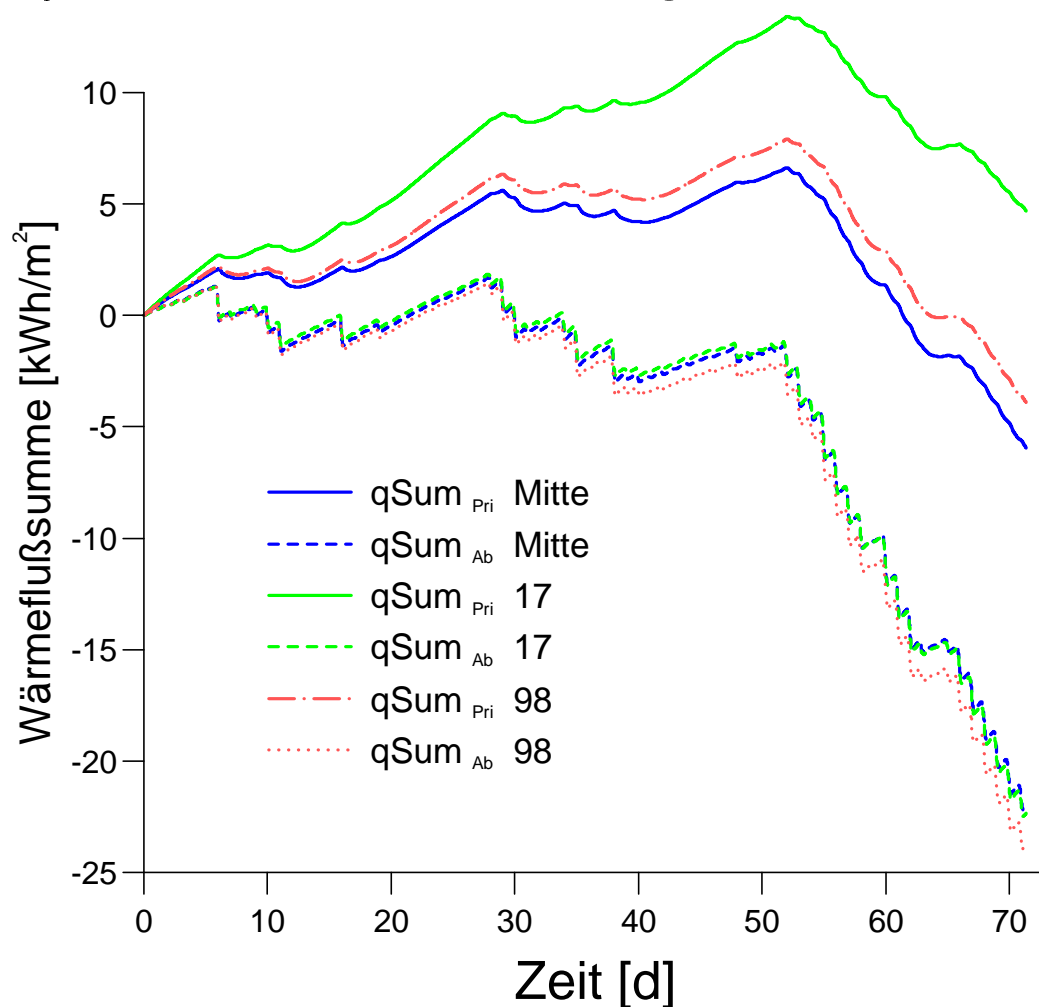
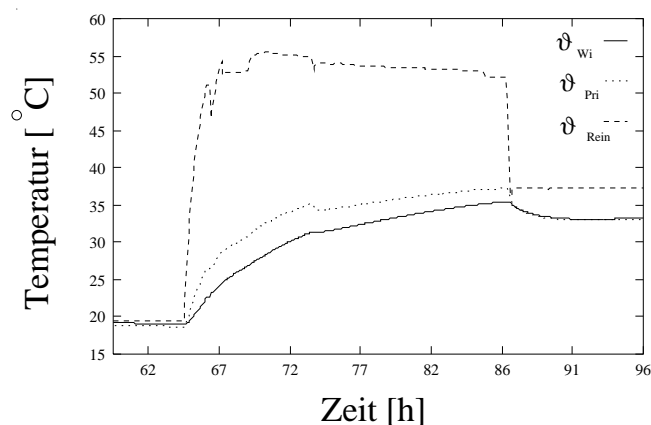


Abbildung 9.2: Gemessene Wärmeflußsummen am Betonelement vom 2.1.96 bis 13.3.96 innen- und absorberseitig auf verschiedenen Höhen (Mitte sowie 17 cm und 98 cm vom unteren Rahmen)

In Übereinstimmung mit der Simulation zeigt sich, daß die Wärmeflüsse an der inne-

ren Wandseite stark vom Anbringungsort der Fühler abhängt. Unten ( $qSum_{Pri17}$ ) wurden größere Verluste und kleinere Gewinne erfaßt. Die Wärmeflüsse im oberen Bereich ( $qSum_{Pri98}$  und  $qSum_{PriMitte}$ ) liegen wesentlich näher beieinander. Die auf der Absorberseite unterscheiden sich kaum. In Zeiten ohne nennenswerte Strahlungsgewinne (18. bis 28. Tag sowie 40. bis 50. Tag) verlaufen die Wärmeflußsummen am Absorber fast parallel zu denen in der Mitte des Elements. Das leichte Divergieren stimmt tendenziell mit dem Ergebnis der stationären Simulation überein. Sobald jedoch größere Strahlungsgewinne zu verzeichnen sind, nimmt der Unterschied zwischen inneren und äußeren Wärmeflußsummen stark zu. In der Periode vom 53. bis 72. Tag weisen die Wärmeflüsse an der Absorberseite verglichen mit dem Wärmefluß in der Mitte der Raumseite je nach Element einen 1,5- bis 2fachen Wärmegewinn auf (siehe auch Anhang C). Dieses Verhalten kann mit der stationären Simulation nicht reproduziert werden. Durch die Einstrahlung gelangen in relativ kurzer Zeit große Energiemengen in das System. Die Dauer der Einstrahlung liegt mit ca. 8 Stunden immer wesentlich unterhalb der systembestimmenden Zeitkonstante.

Einen Eindruck von der dynamischen Ausbreitung der Temperaturfelder bei kurzzeitiger Anregung vermittelt nebenstehende Darstellung. Hier ist ein Ausschnitt aus dem Experiment zur Bestimmung der Parameter  $\lambda$  und  $c_p$  ohne TWD dargestellt (siehe Kapitel 7, Abschnitt 7.1). Durch eine sprunghafte Veränderung der Einlauftemperatur  $\vartheta_{Rein}$  wird das System von einem relativ stationären in einen dynamischen Zustand versetzt. Die Wandtemperatur  $\vartheta_{Pri}$  beginnt zu steigen, die Temperatur  $\vartheta_{Wi}$ , die unter der 2 cm starken Putzschicht gemessen wurde, folgt nur sehr träge<sup>2</sup>. Die Temperaturunterschiede liegen teilweise bei über  $4^\circ\text{C}$  und gehen erst im anschließenden quasi-stationären Betriebszustand auf kleinere Werte zurück.



**Abbildung 9.3:** Dynamische Veränderung der Temperaturen an der Wandoberfläche  $\vartheta_{Pri}$  und in 2 cm Tiefe unter Putz  $\vartheta_{Wi}$  nach sprunghafter Änderung der Einlauftemperatur  $\vartheta_{Rein}$

Zur Erklärung der Wärmeflußdifferenzen müssen also die dynamischen Betriebszustände untersucht werden. Abbildung 9.4 zeigt den Temperaturverlauf an der raumseitigen Wandoberfläche des Betonelements in drei verschiedenen Höhen.

In quasi-stationären Perioden stellt sich der erwartete Temperaturgradient mit von oben nach unten fallenden Temperaturen ein. In Perioden mit starker Anregung durch Ein-

<sup>2</sup>Zu Beginn der Erwärmungsphase zeigt sich andeutungsweise ein S-artiger Verlauf von  $\vartheta_{Wi}$ . Dieses Verhalten ist auch für eine Reihe von Widerständen mit parallel geschalteten Kapazitäten bei einer plötzlichen Spannungsänderung typisch und verdeutlicht somit die Möglichkeit, das System durch ein RC-Modell nachzubilden (siehe Abbildung 4.3).

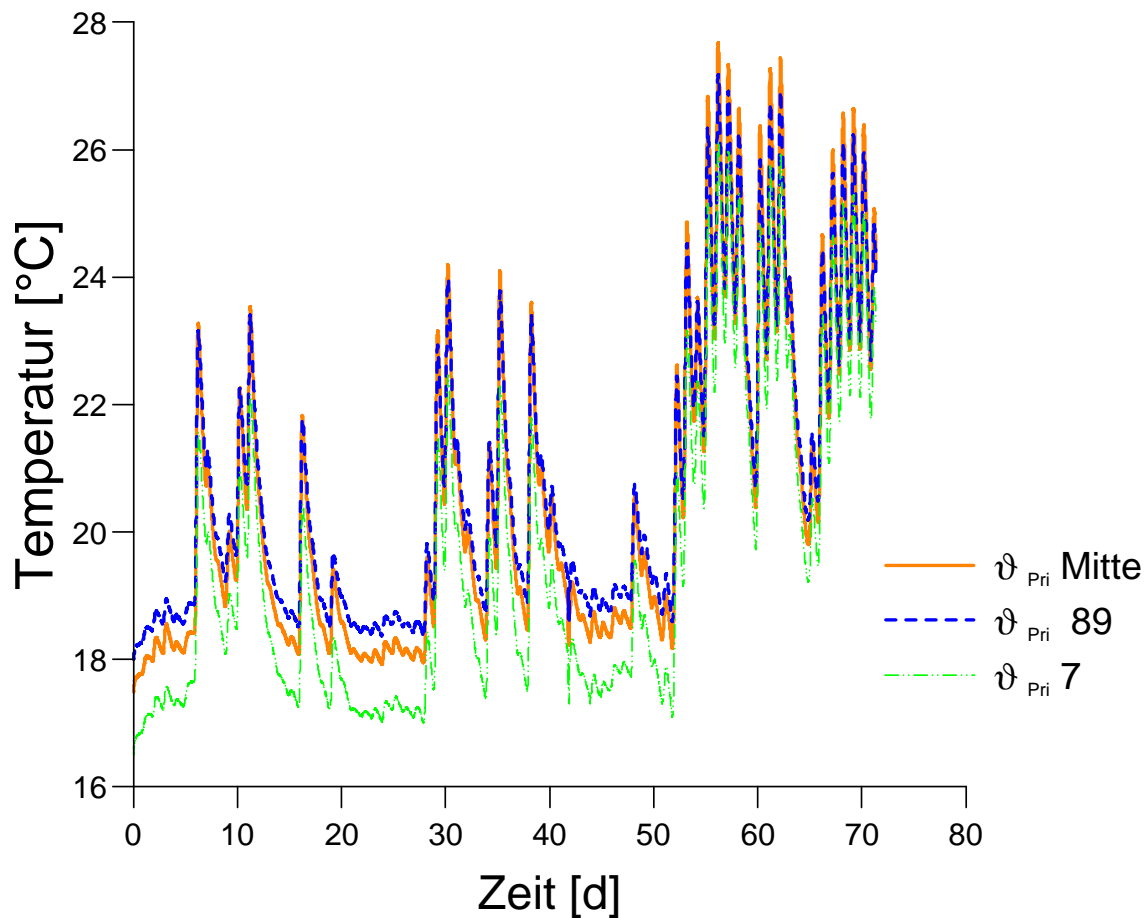


Abbildung 9.4: Temperaturen auf verschiedenen Höhen an der Wandinnenseite des Betonelements (Mitte, oben 89 cm und unten 7cm vom unteren Rahmen)

strahlung (an den Temperaturspitzen zu erkennen) übertrifft die Temperatur in der Mitte des Elements regelmäßig die anderen Temperaturen, d.h. die Mitte wird am wärmsten. In Anhang D, Abbildung D.2 sind Ausschnitte von Messungen an der Absorberseite des Beton- und des Porenbetonelements dargestellt. An schönen Tagen zeigt sich, daß nicht nur unten, sondern auch am Rand des Elements sehr viel kleinere Temperaturen als in den mittleren Bereichen auftreten (siehe Abbildung D.2 (c)  $\vartheta_{Ab53}$ ). Beim Betonelement erreicht die Differenz der Temperaturen an verschiedenen Orten an schönen Tagen Werte von weit über  $10K$ . Sie wird durch Selbstverschattung der TWD, die vor allem in den Randbereichen ausgeprägt ist, ausgelöst. Beim Porenbetonelement liegen die Differenzen aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit und daher hohen Temperaturen teilweise über  $30K$  (siehe Abbildung D.2 (d)). Die Fortpflanzung dieser Temperaturdifferenzen bis zur raumseitigen Wandoberfläche veranschaulicht Abbildung 9.5. Sie zeigt vier zusammengesetzte Thermographien der Wandinnenseite einer TWD-verkleideten Außenwand des Energieautarken Solarhauses Freiburg.

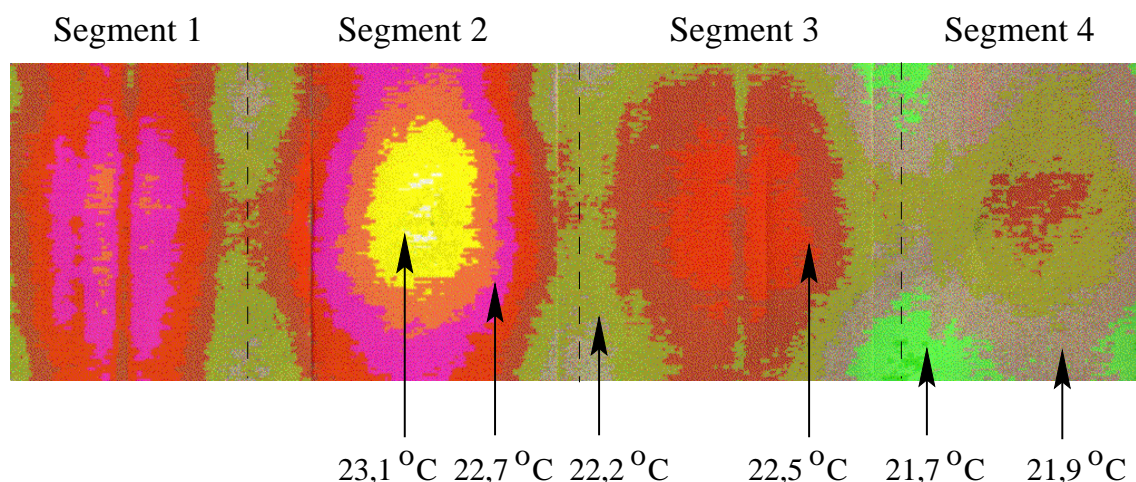


Abbildung 9.5: Thermographie der Innenseite einer TWD-verkleideten Außenwand des Energieautarken Solarhauses Freiburg: Die Fläche der Segmente beträgt ca.  $1x1[m^2]$  (aus [Voss 96]).

Die Außenwand ist gekrümmt und die TWD ist sowohl vertikal als auch horizontal durch opake Rahmenelemente unterteilt. Es zeigt sich deutlich eine Temperaturverteilung mit niedrigen Temperaturen am Rand und höheren in der Mitte der vier Elemente. Beim zweiten Element von links hat sich gerade die maximale Temperatur eingestellt. Jetzt sind auch die Differenzen zwischen Rand und Mitte am größten. Am rechten Element sind die Temperaturen sehr viel ausgeglichener. Es ist noch nicht so lange der Strahlung ausgesetzt, daß sich die Veränderung des Temperaturfeldes bis zur Innenseite fortpflanzen konnte. Die Temperaturunterschiede an der Wandoberfläche erscheinen mit ca.  $1K$  auf den ersten Blick nicht sehr groß. Die Raumtemperatur liegt mit ca.  $21^\circ C$  aber so nahe an der Wandtemperatur, daß die Differenzen zwischen Raum- und Wandtemperatur an verschiedenen Stellen eines Wandsegments um  $\pm 50\%$  voneinander abweichen. In den konvektiven Wärmetransport geht die Temperaturdifferenz linear ein, in den radiativen  $q_{rad}$  gehen die Temperaturen  $T_{Pri}[K]$  der Oberfläche des Wandsegments und die der übrigen Flächen  $T_F[K]$  im Raum in der 4. Potenz ein<sup>3</sup>. Aus der Verwendung der Temperaturen in der Mitte der Elemente kann somit eine deutliche Überschätzung der Wärmegewinne erfolgen.

Der Ausgleich der Temperaturdifferenzen wird durch entsprechend gerichtete Wärmeflüsse bewirkt. Damit ist eine Erklärung für die Unterschiede in den Wärmeflußsummen gefunden. Gleichzeitig bedeutet dies, daß ein eindimensionales Modell zur korrekten Beschrei-

<sup>3</sup>Der radiative Strahlungstransport errechnet sich nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz zu

$$q_{rad} = \frac{\sigma}{\left(\frac{1}{\epsilon_F} + \frac{1}{\epsilon_{Pri}}\right) - 1} (T_F^4 - T_{Pri}^4). \quad (9.1)$$

Dabei sind die  $\epsilon$  die Emissionsgrade der Oberflächen, deren Werte üblicherweise nahe  $\epsilon = 1$  liegen, und  $\sigma$  ist die Stefan-Boltzmann-Konstante [Goetzberger 93]

bung einer TWD-Wand nicht ausreicht. Für sehr viel größere Elemente als die hier vermessenen sollte ein eindimensionales Modell bessere Ergebnisse erzielen.

Andere Erklärungen für die unterschiedlichen Wärmeflußsummen konnten nicht gefunden werden. Auch falsche Messungen durch Wärmeflußplatten in dynamischen Betriebszuständen kommen als Ursache für die Diskrepanz nicht in Frage. Sie würden zu einer Unterbewertung der Beträge der Wärmeflüsse an der Absorberseite führen [Rudtsch 94]. Damit scheidet dieser Effekt zur Erklärung aus, da er gerade das gegenteilige Ergebnis zur Folge hätte.





## Kapitel 10

# Schlußfolgerungen und Ausblick

### 10.1 Möglichkeiten und Grenzen der Modellierung von Wänden mit transparenter Wärmedämmung

Die Simulation des thermischen Verhaltens eines Gebäudes soll beispielsweise die Abschätzung seines zukünftigen Energiebedarfs ermöglichen und auch zu erwartende Temperaturschwankungen und -extrema im Gebäudeinneren vorhersagen. Damit wird sie zum Planungsinstrument für Bauvorhaben. Für die Genauigkeit, mit der die Simulation das Gebäudeverhalten beschreibt, ist dabei das verwendete Modell, der sichere Umgang mit ihm und die verwendeten Modellparameter sowie die möglichst detaillierte Kenntnis der Umgebungsbedingungen ausschlaggebend.

In den bisherigen Kapiteln wurde vorgestellt, wie anhand von Messungen an TWD-Wänden Modellparameter geschätzt werden können. Dabei wurden Modelle verwendet, die auch bei der Simulation ganzer Gebäude Verwendung finden. Die Gegenüberstellung der so gewonnenen Parameter mit Werten aus anderen Quellen erlaubt Rückschlüsse auf die Genauigkeit der Simulation ohne Kenntnis der "wahren" Parameterwerte.

Beispielsweise weichen die durch stationäre Labormessungen ermittelten Wärmedurchlaßkoeffizienten der TWD teilweise mehr als 17% von den durch Auswertungen von Nachtmittelwerten gewonnenen ab (vergleiche Kapitel 7.2, Abschnitt 7.2.4) und 7.2.1). Die k-Werte aus der Nachtmittelwertmethode zeigen ihrerseits Abweichungen von bis zu 23% gegenüber denen, die anhand des dynamischen Modells aus den instationären Tages- und Nachtmessungen geschätzt wurden (siehe 7.2.2). Die mittlere Abweichung, die sich zwischen dem Laborwert des Wärmedurchlaßkoeffizienten und den aus instationären Tages- und Nachtmessungen geschätzten ergibt, beträgt 22%, bei einzelnen Elementen sogar bis zu 30%. Der Laborwert ist verglichen mit allen anderen Werten immer der größte.

Wird dieser als Grundlage einer dynamischen Simulation gewählt, ergeben sich also in den untersuchten Systemen größere Wärmeverluste als sie in der Realität zu erwarten sind. Die Einflüsse, die zum unterschiedlichen Verhalten der transparenten Abdeckungen und somit zu den verschiedenen Parameterwerten führen, scheinen zumindest teilweise systematisch. So sind die Wärmedurchgangskoeffizienten der TWD der leichten Elemente (1 bis 3) kleiner als die der schweren (4 bis 6). Diese Systematik wird aber im Modell nicht erfaßt, und die physikalische Ursache ist bisher nicht geklärt. Bevor dies nicht geschehen ist, kann demnach

auch kein Modell verwendet werden, das das durch diesen Wärmedurchgangskoeffizienten zu beschreibende Verhalten der TWD korrekt wiedergibt.

Die Bildung langfristiger Wärmeflußsummen von auf der Absorber- und der Wandinnen-seite gemessenen Wärmeflüssen hat erste Hinweise auf das Auftreten dreidimensionaler Effekte innerhalb der TWD-Wände ergeben. Solange jedoch nur von einem System (ES) die Messungen an der Absorberseite zur Verfügung standen, war nicht auszuschließen, daß es sich bei der Differenz zwischen äußeren und inneren Werten um Meßfehler handelt. Inzwischen sind vom ISE aber an vielen Systemen Messungen vorgenommen worden, die alle das gleiche Verhalten vorweisen. Auch die Messungen an der Testwand zeigen denselben Effekt, wobei hier im Gegensatz zum sonst üblichen Verfahren bei der Messung der Wärmeflüsse eine Temperaturkorrektur vorgenommen wurde. Diese schwächt den Effekt aber nur geringfügig ab (siehe Abbildung 3.3). Aus den Messungen an der Testwand geht hervor, daß er bei besser dämmenden Wandmaterialien geringer ausfällt als bei denen mit größerer Wärmeleitfähigkeit (siehe Anhang C). Für die dreidimensionalen Effekte sind mehrere Ursachen verantwortlich.

Eine dieser Ursachen ist die Abschattung von Teilflächen der Absorber, beispielsweise durch die Berandung des TWD-Elements selber, deren Auswirkungen deutlich in Abbildung 9.5 zu erkennen sind. Die Berechnung des Wärmeflusses  $q_{P_{ri}}$  in der Mitte der Elemente führt hier zu einer deutlichen Überschätzung der Erträge, falls sie auf die ganze Fläche übertragen werden. Auch die Temperatur der Wand wird dabei überschätzt. Eine andere Möglichkeit ist die Wärmeleitung in Bereiche, die an die TWD angrenzen. Diese Wärme muß aber für die thermische Nutzung nicht verloren sein.

Den dreidimensionalen Wärmeleitungseffekten ist jedenfalls eines gemeinsam: Sie können nicht durch ein eindimensionales Modell beschrieben werden. Wie groß der Fehler ist, der bei Berechnung der Wärmegewinne mittels einer eindimensionalen Simulation in bezug auf die wirklichen Wärmeerträge gemacht wird, ist allerdings schwer abzuschätzen und mit Sicherheit von den Details der Systeme abhängig. Die eindimensionale Simulation erlaubt somit nur eine grobe Näherung des wahren Geschehens.

Nach einer Parameteridentifikation wird eine relativ gute Reproduktion der hierfür genutzten Ausgangsgröße möglich, solange sich die Eingangsgrößen ähnlich verhalten wie im verwendeten Datensatz. Sobald ihr Verhalten aber deutlich verschieden ist, zeigen sich aufgrund der Modellfehler große Abweichungen in den Ausgangsgrößen. Eine Anpassung an diesen Datensatz führt zu teilweise vollkommen anderen Parameterwerten<sup>1</sup>. Auch aus diesem Verhalten kann auf Fehler des Modells geschlossen werden.

---

<sup>1</sup>Die Identifikation der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  des Betonelements der Testwand hat beispielsweise zu  $\pm 50\%$  Abweichung des Parameters geführt, wenn einmal nur relativ stationäre Schlechtwetterperioden und ein anderes Mal nur die dynamischen Schönwetterperioden verwendet wurden. Die Wiedergabe der Ausgangsgröße innerhalb der dieses Zeitraums war dabei sehr gut, außerhalb war sie jedoch deutlich schlechter. Eine Identifikation über den gesamten Datensatz brachte Parameterwerte, die zwischen den Werten der Teilperioden lagen. Die Modellberechnungen lagen aber in keiner Periode so nahe an den Meßergebnissen wie dies mit den anderen Parametern wenigstens in den Identifikationsperioden der Fall war.

**Schlußfolgerungen:** Sowohl die Unkenntnis einzelner Parameter als auch die fehlerhafte Modellbildung erlauben keine streng wirklichkeitsgetreue Simulation des Systemverhaltens. Dennoch kann die Simulation wichtige Hinweise zur Planung von Gebäuden liefern, wenn durch Parameterstudien verschiedene Gebäudevarianten verglichen werden. Bei der Interpretation der Ergebnisse ist aber Vorsicht geboten. Um zu verlässlicheren Vorhersagen über das Verhalten von Gebäuden mit TWD zu kommen, sollten noch einige Anstrengungen im Hinblick auf eine bessere Beschreibung unternommen werden.

## 10.2 Ausblick

**Dreidimensionale Effekte:** Um dreidimensionale Wärmeleitungsphänomene in den Modellen mit ausreichender Genauigkeit zu berücksichtigen, sollten weitere Messungen an Gebäuden oder Testwänden vorgenommen werden. Es müßte eine Vielzahl von Temperatur- und Wärmeflußmessungen an verschiedenen Stellen eines Elements und in seiner Umgebung durchgeführt werden, damit das Systemverhalten möglichst vollständig erfaßt werden kann. Dabei sollte versucht werden, alle anderen störenden Einflüsse auf die Messungen soweit wie irgend möglich zu unterdrücken, sofern sie nicht vollständig aufgenommen werden können. In diesem Zusammenhang könnte auch die Errichtung weiterer Testwände hilfreich sein.

Eine weitere Voraussetzung ist, daß das Modell, das zur Beschreibung gewählt wird, alle relevanten Einflüsse, also auch die dreidimensionalen Effekte, berücksichtigen kann. Ausgehend von dieser Situation sollte versucht werden, das Modell soweit zu reduzieren, bis die Grenzen der gewünschten Genauigkeit erreicht sind. Vielleicht lassen sich so generalisierbare Aussagen treffen.

Als weitere Herangehensweise bietet sich der Aufbau einer sehr großen Testwand an, die nur aus einem Element besteht. An ihren Rändern sollte das Wandmaterial möglichst gut wärmegeämmt werden. An dieser Wand sollten keine wesentlichen Unterschiede der Wärmeflüsse an der Innen- und der Absorberseite festzustellen sein. Ist dies der Fall, sind andere Einflüsse ausgeschlossen.

**Dampfdiffusion in TWD-Wänden:** Ein weiterer Effekt, der als Ursache für die Differenzen der Wärmeflußsummen an der Absorberseite und der Wandinnenseite von transparent wärmegeämmtten Wänden nicht ausgeschlossen werden kann, ist die Desorption von Feuchtigkeit in Mauerwerk und TWD-Material bei der Erwärmung aufgrund der eingestrahlen Energie. Durch Diffusion könnte der auf diese Weise freigesetzte Wasserdampf die TWD-Wand verlassen. Die transportierte Wärmemenge kann dabei durch die Messung mit Wärmeflußplatten nicht erfaßt werden. Daß Desorptionsprozesse innerhalb der Wand oder des TWD-Materials stattfinden, zeigen die Messungen der relativen Luftfeuchtigkeit innerhalb der TWD der Testwand. An schönen Tagen kann hier die Temperatur der Luft um mehr als  $30^{\circ}\text{C}$  steigen. Würde nicht gleichzeitig Feuchtigkeit zugeführt, müßte die relative Luftfeuchte dabei auf ungefähr ein Achtel des Ausgangswertes zurückgehen.

Tatsächlich wird aber nur eine geringfügige Veränderung um wenige Prozent festgestellt. Die Feuchtigkeit kann dabei nur aus der Wand oder dem TWD-Material selber zugeführt werden, da die relative Luftfeuchtigkeit innerhalb der TWD meist im Bereich von 90% liegt und die Umgebungstemperatur niedriger als die in der TWD ist. Der Partialdruck innerhalb der TWD sollte also fast immer oberhalb des Partialdrucks in der Umgebung liegen und daher kann die Diffusion die Feuchte nur nach außen transportieren. Ein weiteres Indiz für das Auftreten von Dampfdiffusion sind die Maxima der relativen Luftfeuchtigkeit in der Klimakammer, die nur um wenige Stunden phasenversetzt mit den Maxima der Einstrahlung an schönen Tagen zusammenfallen.

Die Gleichgewichtsbeladung der Wandmaterialien bei  $25^{\circ}\text{C}$  und 60% relativer Luftfeuchtigkeit in der Umgebung liegt bei ca. ein bis fünf Gewichtsprozent. Bei einer Wand mit einer Dicke von ungefähr 30 cm entspricht dies 5 bis 25 Litern Wasser pro Quadratmeter. Reiner Ziegel (ohne Mörtel) nimmt nur kleine Wassermengen auf, die Aufnahmefähigkeit von Beton liegt im oberen Bereich. Mit einer Wärmemenge von  $1\text{kWh}$  können ca. 1,6l Wasser desorbiert werden. Langfristig sollte die Desorption von Feuchtigkeit zu einer Austrocknung der Elemente führen, falls die Feuchtigkeitsmengen nicht ständig wieder adsorbiert werden. Der Effekt der Desorption scheint sich in dem Verhalten der Feuchtigkeit, die in der TWD vor dem Kalksandsteinelement gemessen wird, zu bestätigen. Wie groß der Einfluß auf die Meßergebnisse der Wärmeflüsse ist, kann nicht gesagt werden und scheint eine genauere Untersuchung wert. Die Wärmeflußdifferenzen, die in Anhang C dargestellt sind, weisen Werte von bis zu  $20\text{kWh}$  und mehr auf. Dies entspräche einer verdampften Wassermenge von 32 Litern, die in keinem der Elemente gespeichert waren. Auch am Ende der dargestellten Periode verändert sich die Tendenz des Auseinanderklaffens der Wärmeflußsummen nicht. Damit kann eine dominierende Rolle der Dampfdiffusion wahrscheinlich ausgeschlossen werden falls keine Readsorption stattfindet. Eine Beobachtung der weiteren Entwicklung der Wärmeflußsummen am Kalksandsteinelement könnte für mehr Klarheit sorgen.

#### **Abweichungen zwischen Labormessungen und Messungen im Betriebszustand:**

In Kapitel 7 hat sich gezeigt, daß die Bestimmung von k- und g-Werten bei verschiedenen Methoden zu unterschiedlichen Ergebnissen führt. Dabei waren die k-Werte aus den Labormessungen deutlich höher als die aus Messungen an der Testwand ermittelten. Diese zeigten wiederum eine Abhängigkeit von der jeweils verwendeten Methode. Zur korrekten Beschreibung des Verhaltens einer transparent wärmegeämmten Wand sollte dieser Wert möglichst genau bekannt sein. Die beobachteten Abweichungen deuten auf einen systematischen Charakter hin. Die Kenntnis ihrer Ursachen würde möglicherweise zu besseren Simulationsergebnissen für TWD-Wände führen.

**Vorschlag zur Auslegung von TWD-Elementen:** Wie aus der Thermographie (Abbildung 9.5) hervorgeht, verringern die opaken Rahmenelemente den Energiegewinn durch die TWD. Dies ist an den hohen Temperaturen in der Mitte der Elemente und den niedrigeren in den Randbereichen zu erkennen. Eine höhere Energieausbeute sollte sich somit

bei der Verwendung größerer Elemente mit weniger tiefen Rahmen ergeben.

**Einfluß von Fehlern in den Eingangsgrößen bei der dynamischen Parameteridentifikation:** Bei der Einführung des Maximum Likelihood Estimators  $\chi^2$  und der Berechnung der Konfidenzintervalle wurde vorausgesetzt, daß die Eingangsgrößen richtig gemessen werden, d.h. daß sie nicht fehlerbehaftet sind. Eine etwas abgewandelte Form der Monte–Carlo–Simulation ermöglicht eine Abschätzung des Verhaltens der Zielfunktion bei Störungen der Eingangsgrößen. Anstatt die berechneten Ausgangsgrößen zu verrauschen, wie es in Kapitel 6 beschrieben wird, ist auch eine Überlagerung der Eingangsgrößen durch verschiedenartige Störungen möglich. Diese können Gauß-verteilte, aber auch konstante oder vom Meßwert abhängige Fehler sein. Eine anschließende Parameteridentifikation führt zu anderen Parametersätzen und die Abweichung der Parameter zeigt ihre Sensitivität für die entsprechende Störung der Eingangsgrößen.



# Anhang





## Anhang A

# Anhang zur Testwand

### A.1 Systembeschreibung

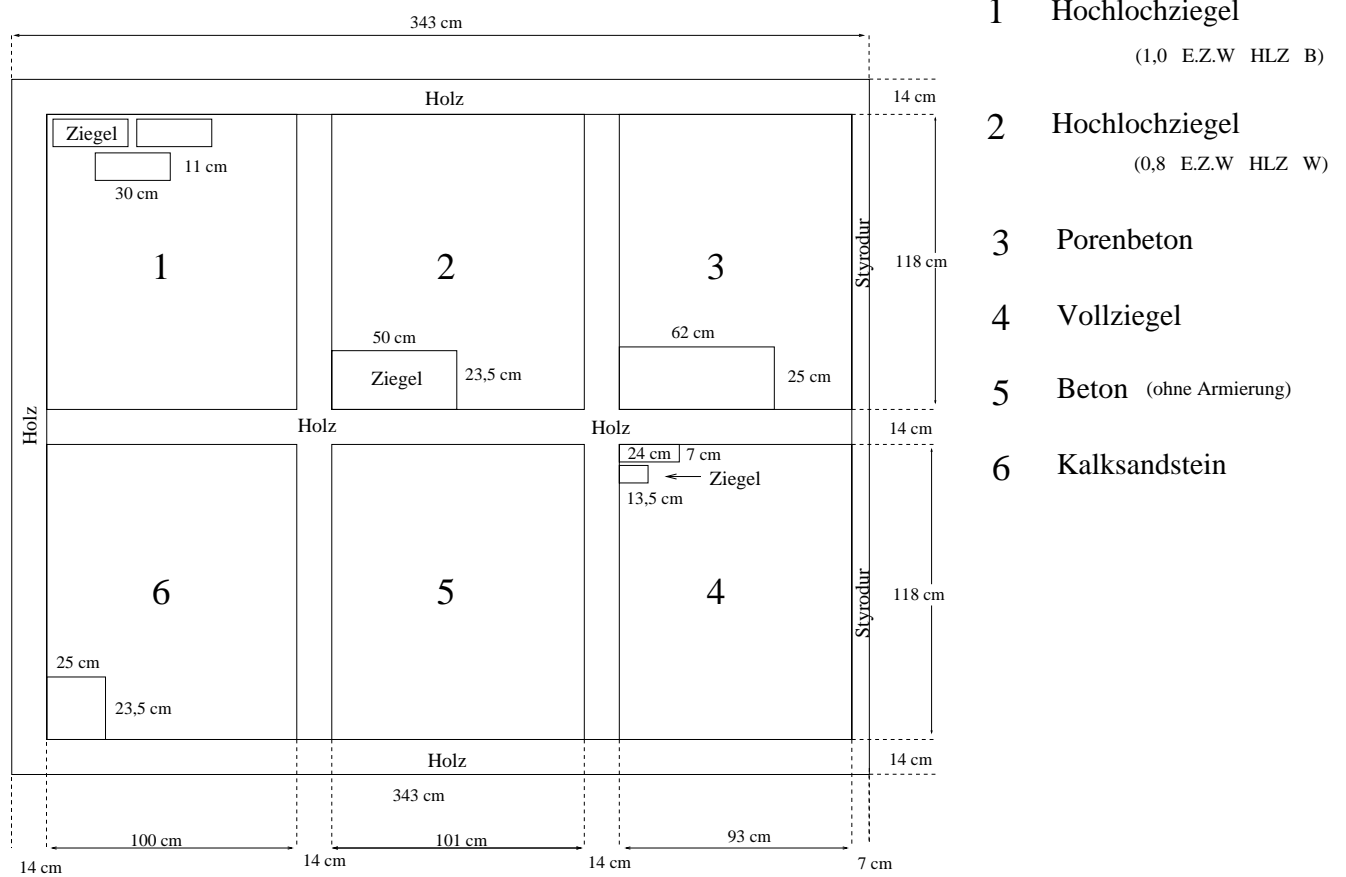


Abbildung A.1: Skizze der Testwand (von außen)

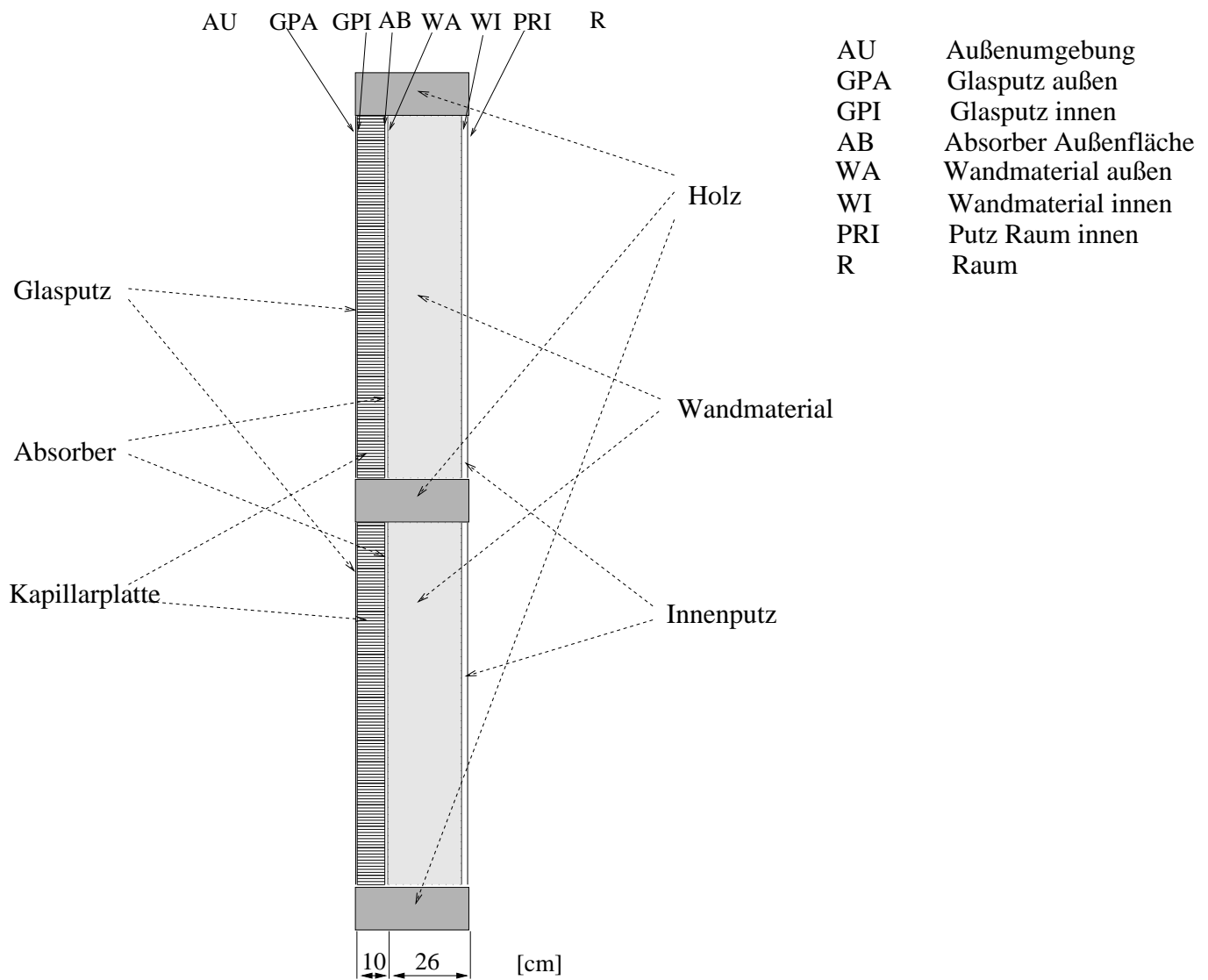


Abbildung A.2: Seitenansicht der Testwand (von Osten) mit Bezeichnung der einzelnen Schichten

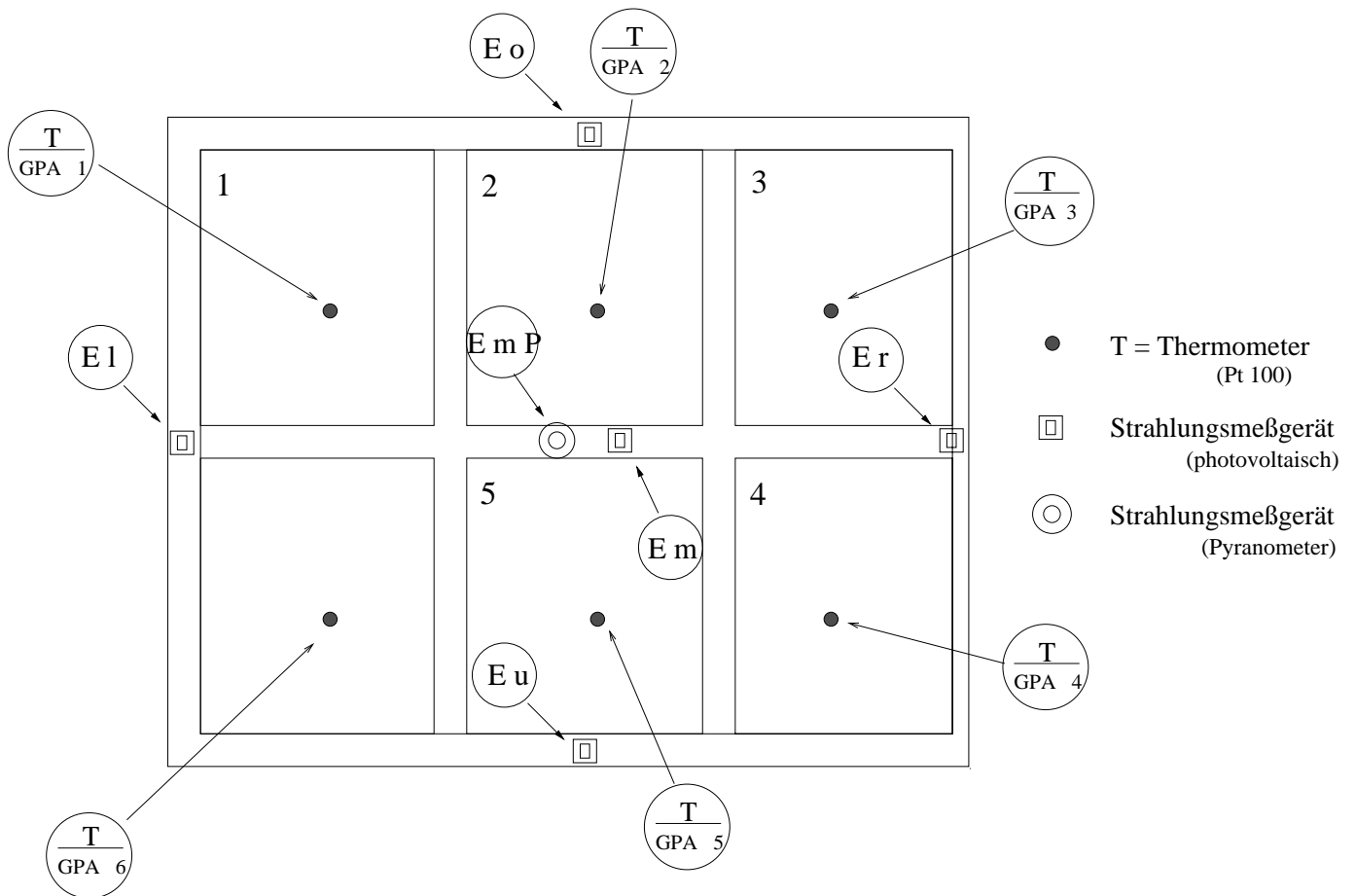


Abbildung A.3: Strahlungs- und Temperatursensoren außen am Glasputz der Fassade

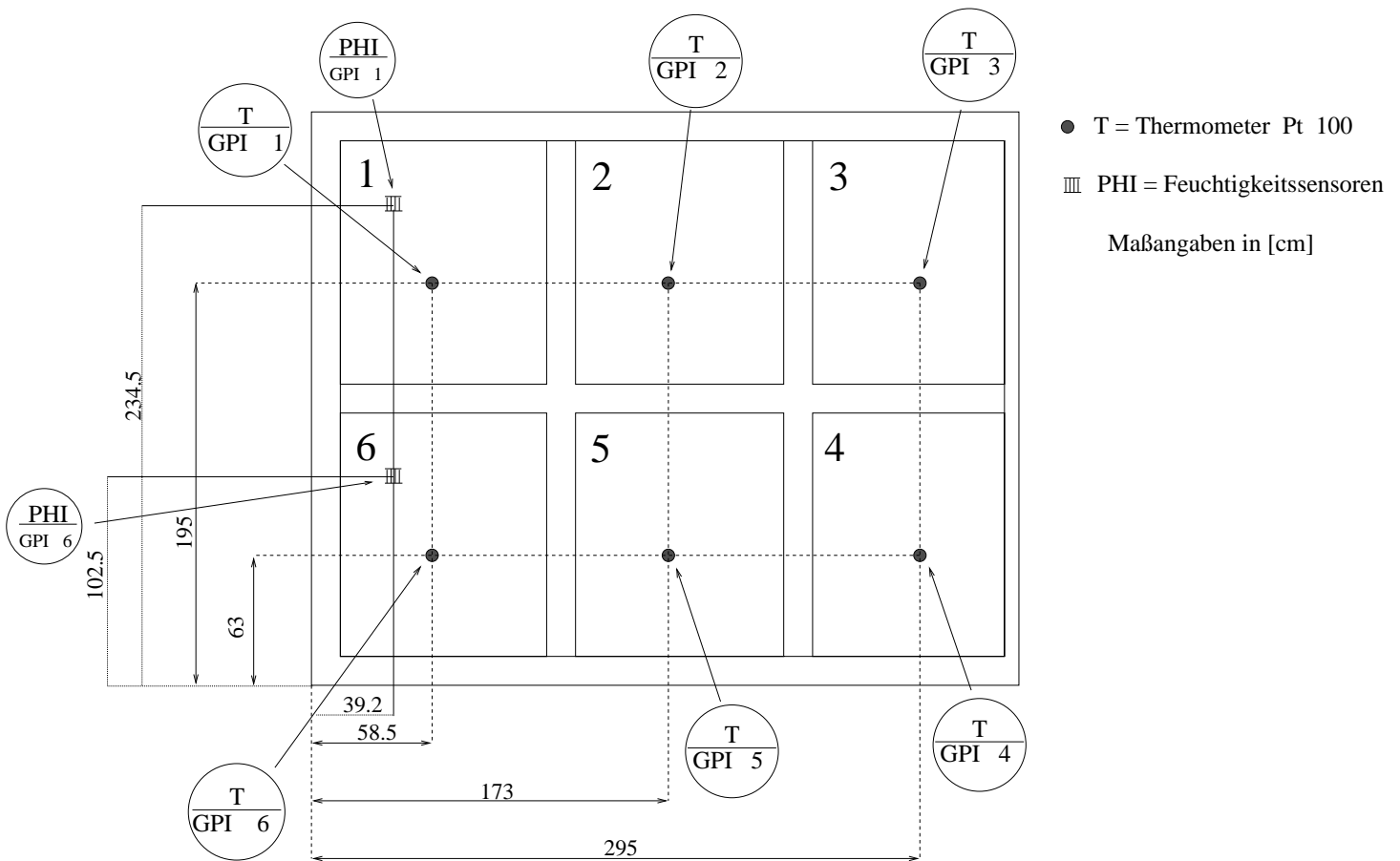


Abbildung A.4: Strahlungs- und Temperatursensoren innen am Glasputz der Fassade

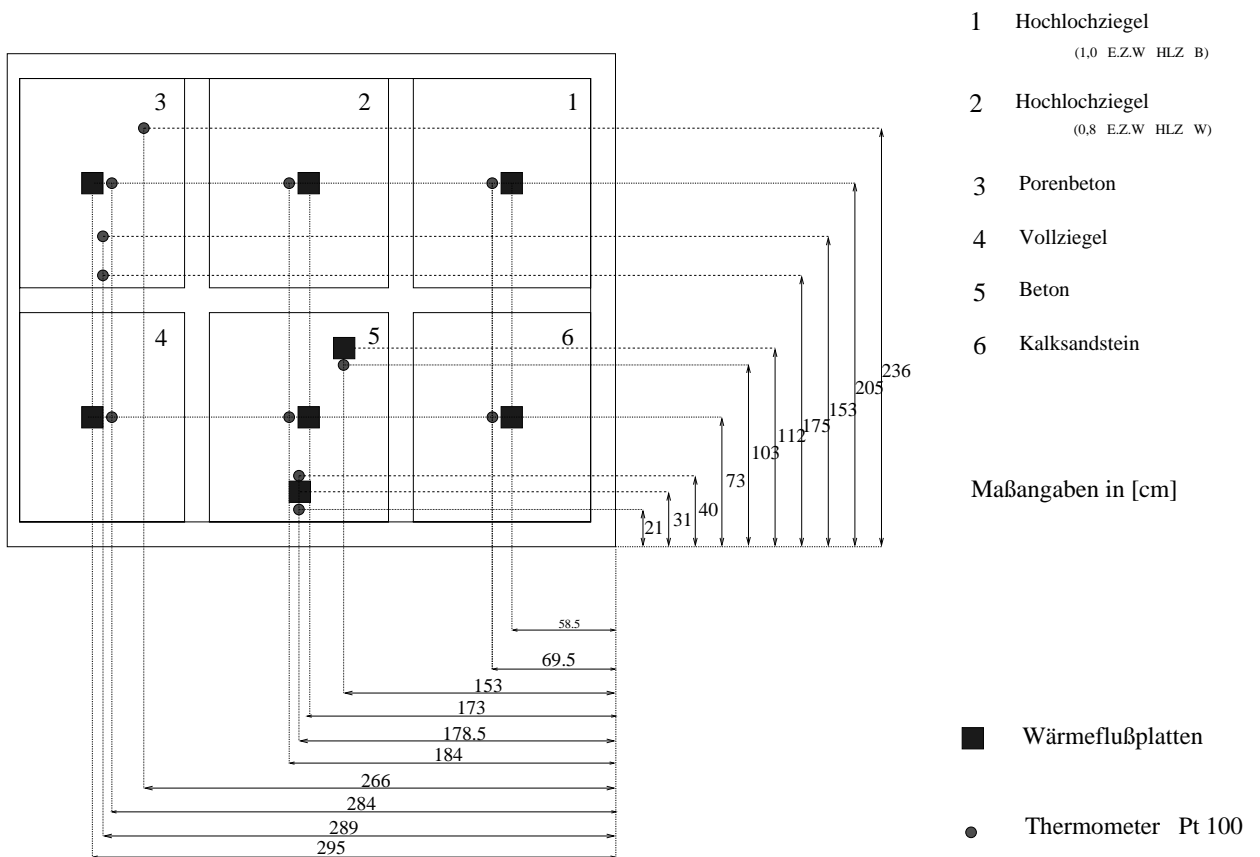


Abbildung A.5: Wärmeflußplatten und Temperatursensoren auf dem Innenputz der Testwand (innere Wandoberfläche)

## A.2 Klimakammer

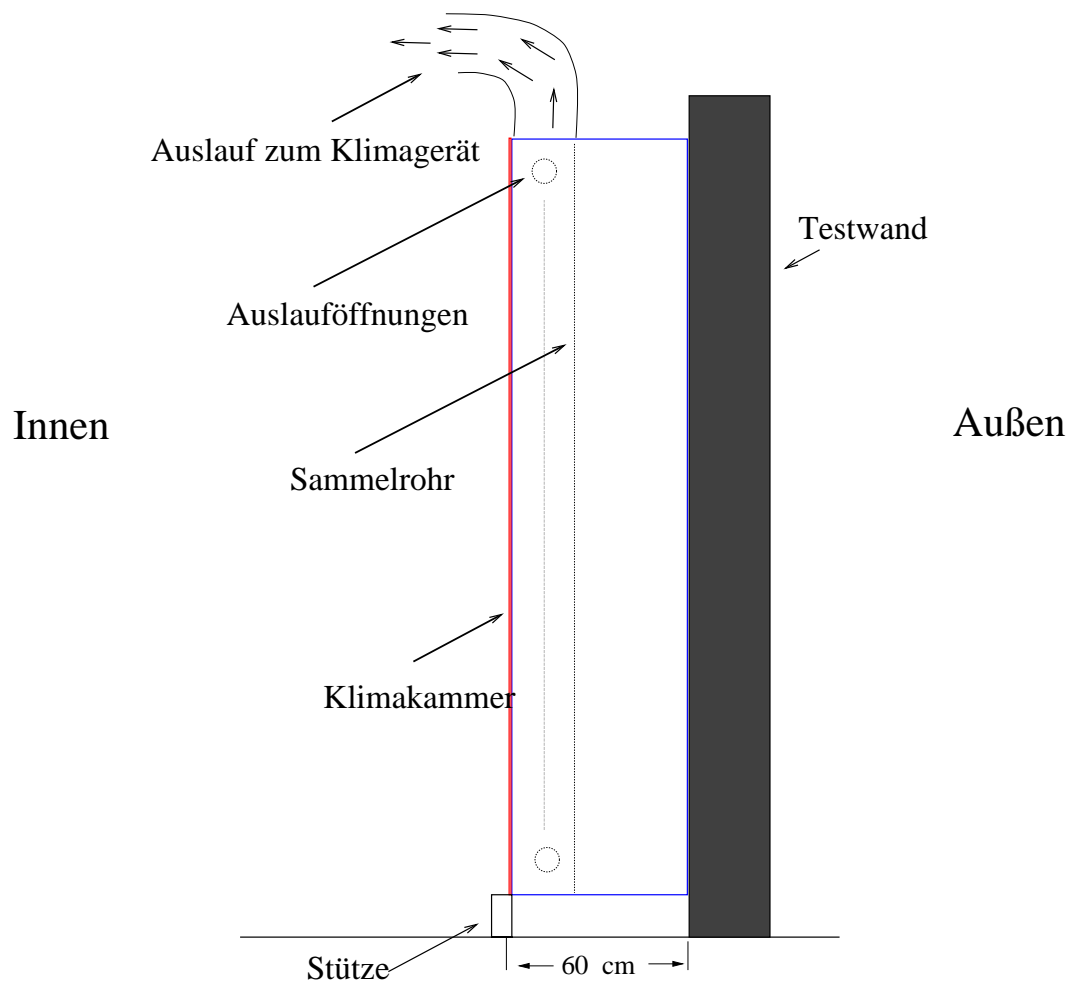


Abbildung A.6: Seitenansicht der Klimakammer (von Westen)

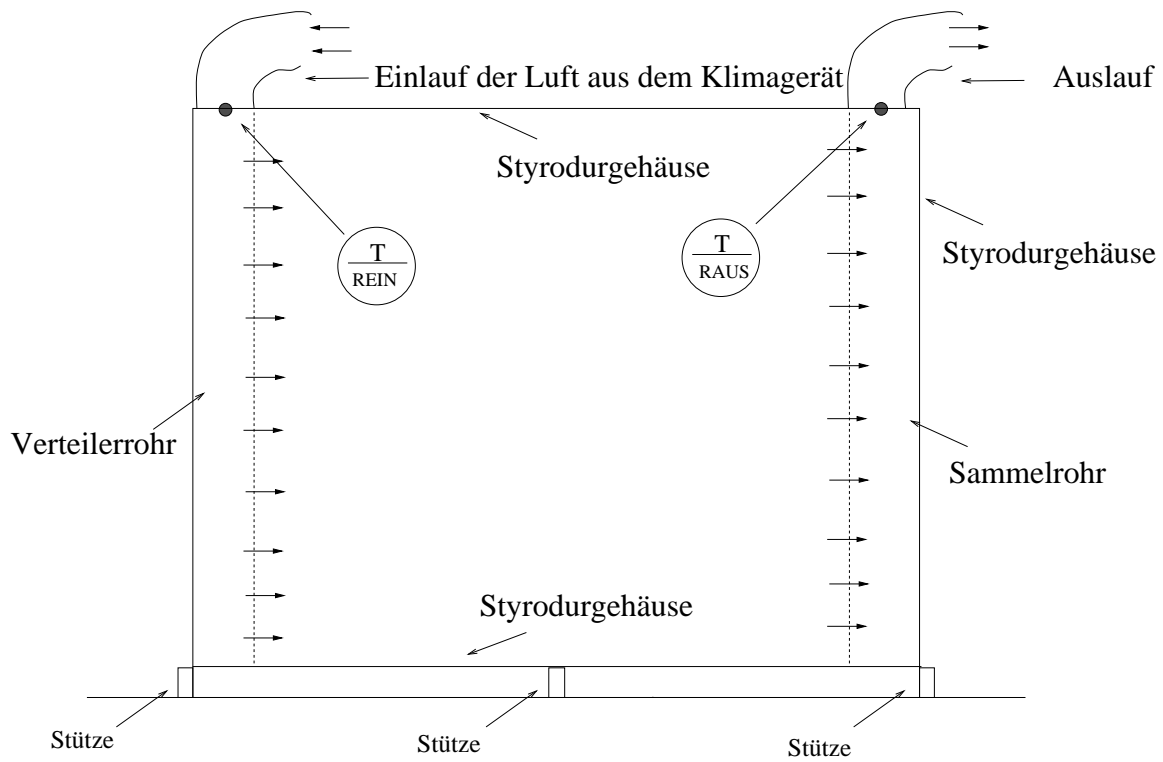


Abbildung A.7: Skizze der Klimakammer von der Raumseite

### A.3 Photos



(a) Rohbau der Testwand



(b) Außenansicht der Testwand



(c) Montage der TWD



(d) Verbindung der TWD-Kapillaren mit dem Absorberputz

Abbildung A.8: Photographien der Testwand



## Anhang B

# Bestimmung von g- und k-Wert durch Parametervariation

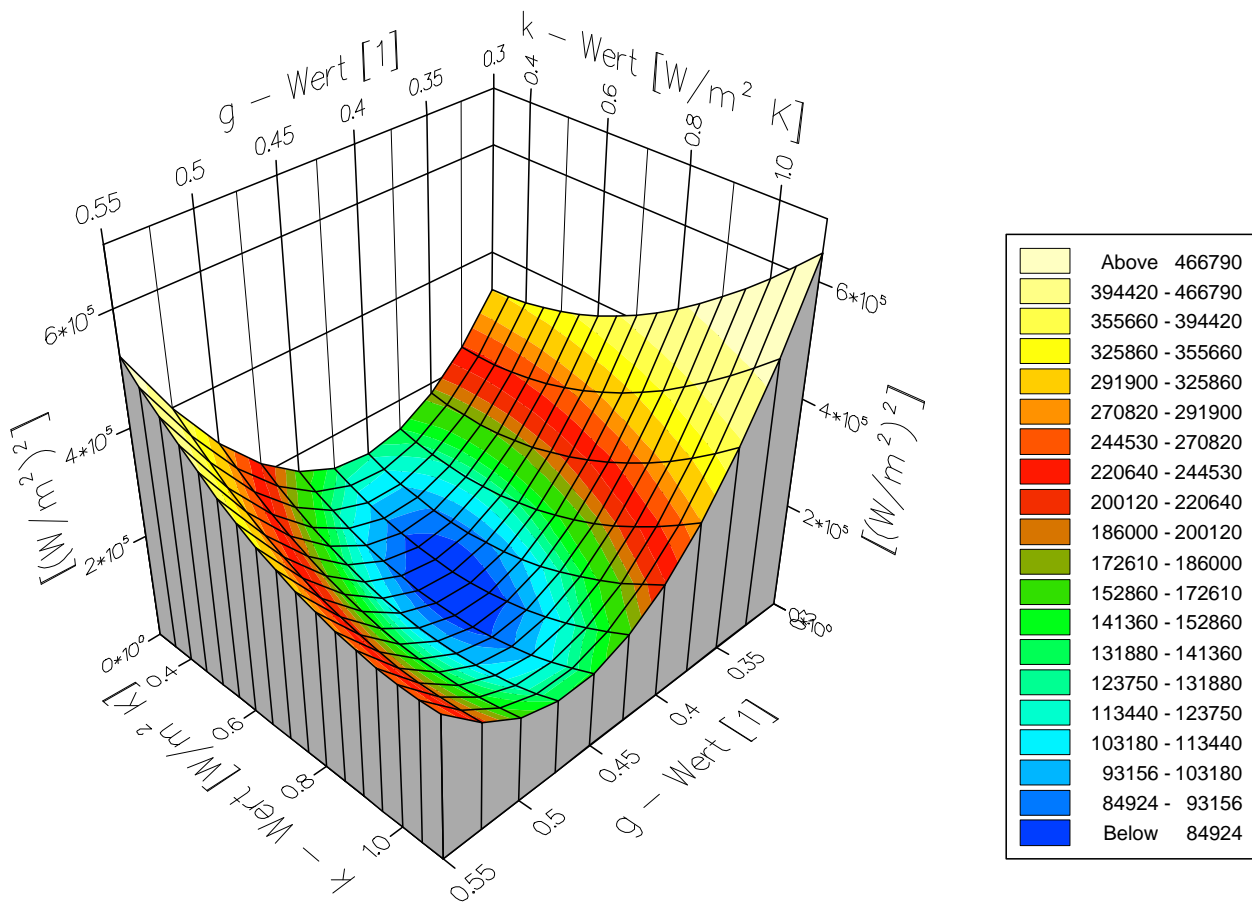


Abbildung B.1: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmeflüsse

$$\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right] \text{ in Abhängigkeit von g- und k-Wert; Element 1}$$

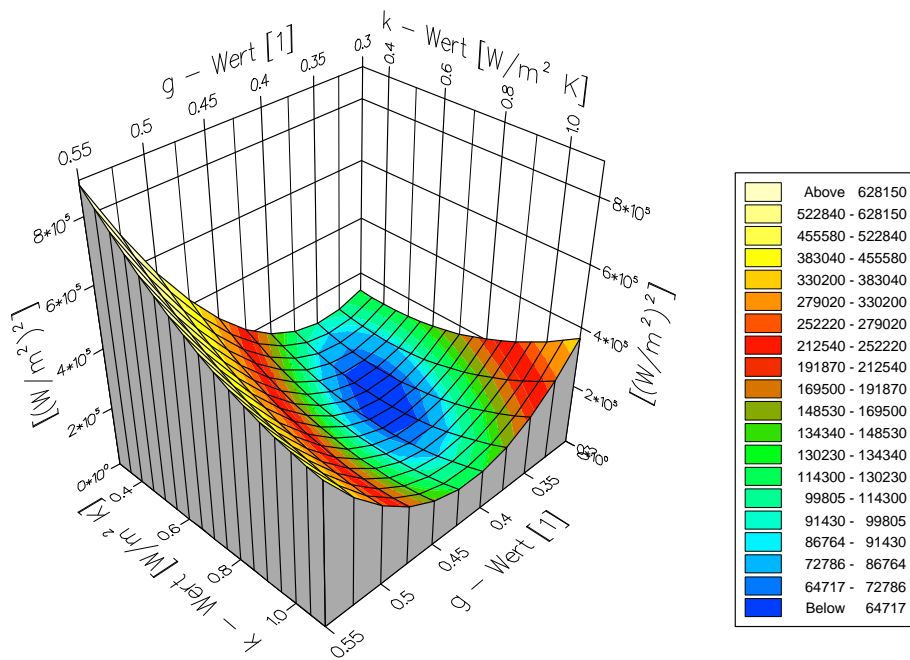


Abbildung B.2: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmefflüsse  $\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right]$  in Abhängigkeit von g- und k-Wert; Element 2

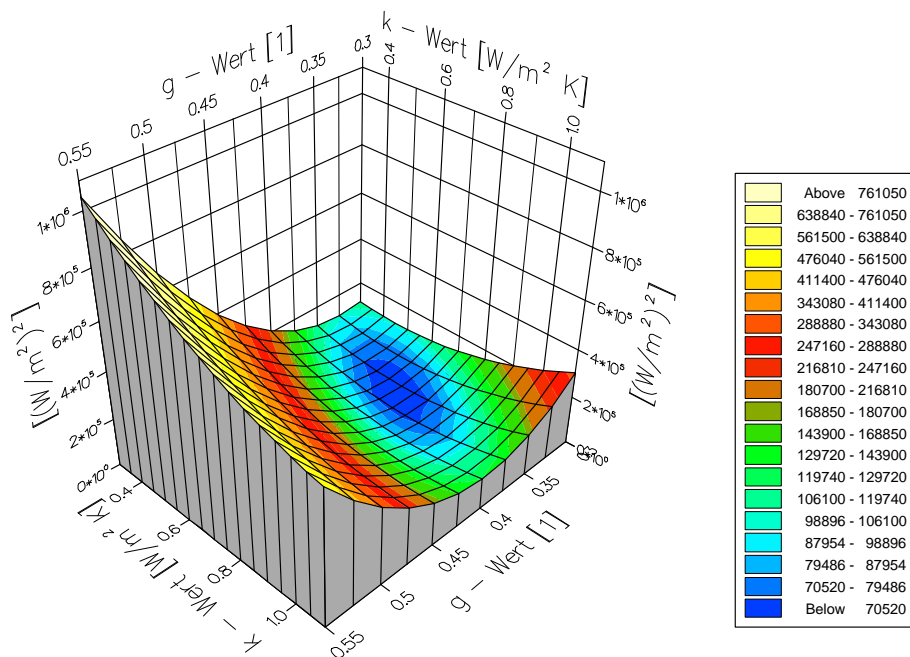


Abbildung B.3: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmefflüsse  $\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right]$  in Abhängigkeit von g- und k-Wert; Element 3

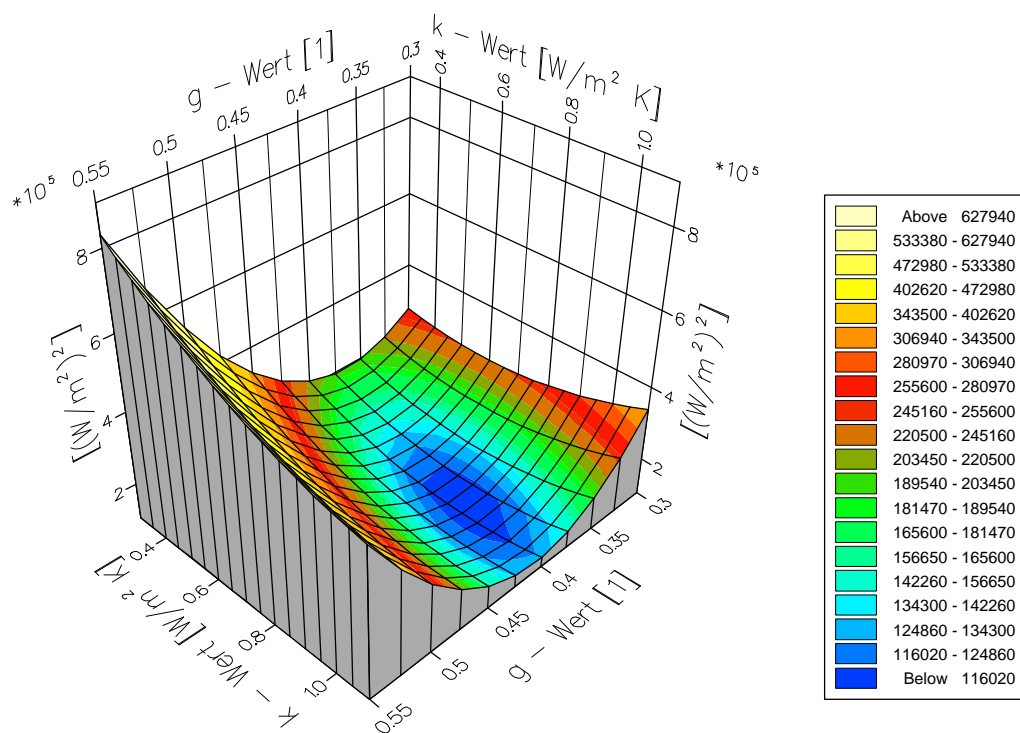


Abbildung B.4: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmeflüsse  $\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right]$  in Abhängigkeit von g- und k-Wert; Element 4

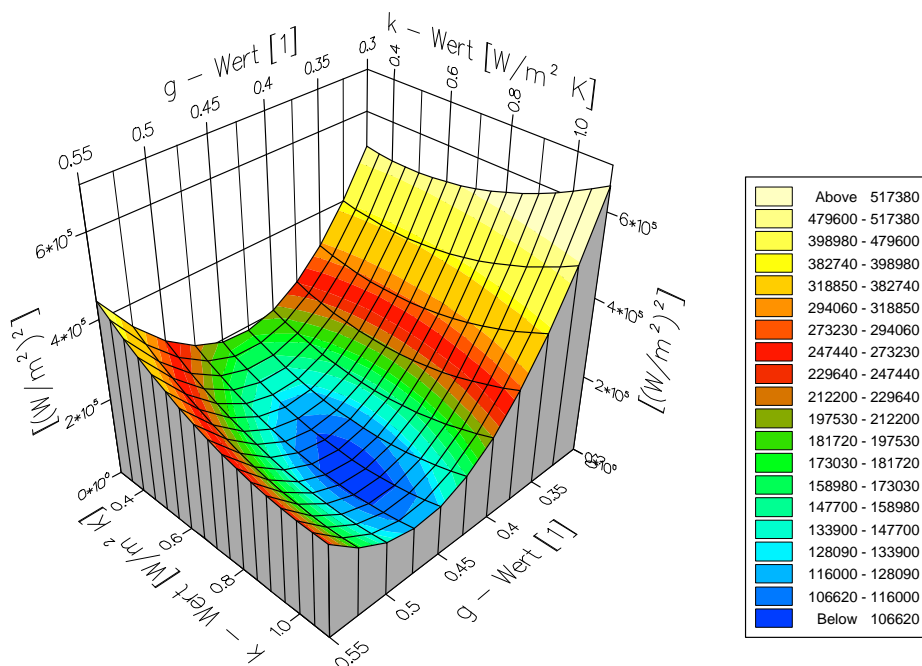


Abbildung B.5: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmeflüsse  $\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right]$  in Abhängigkeit von g- und k-Wert; Element 5

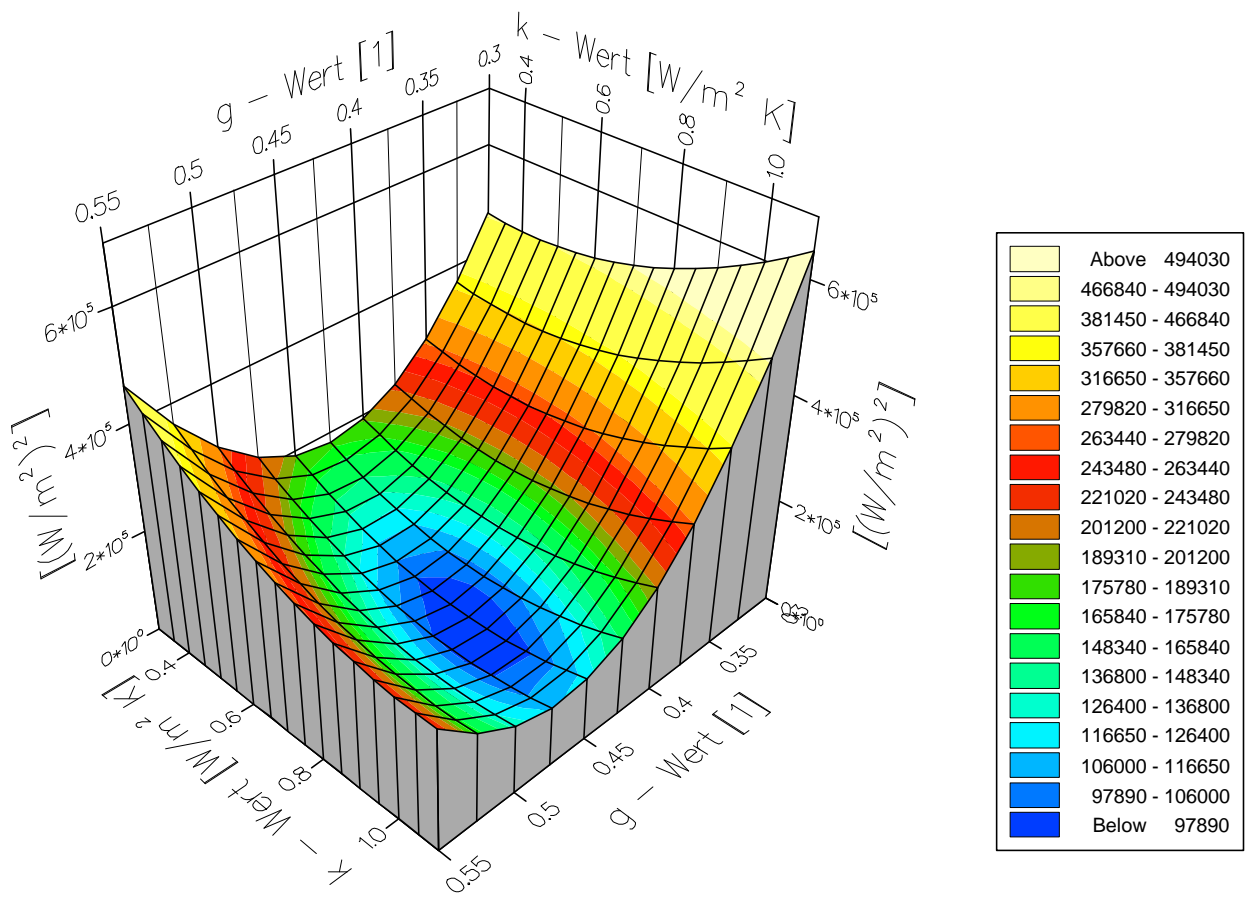
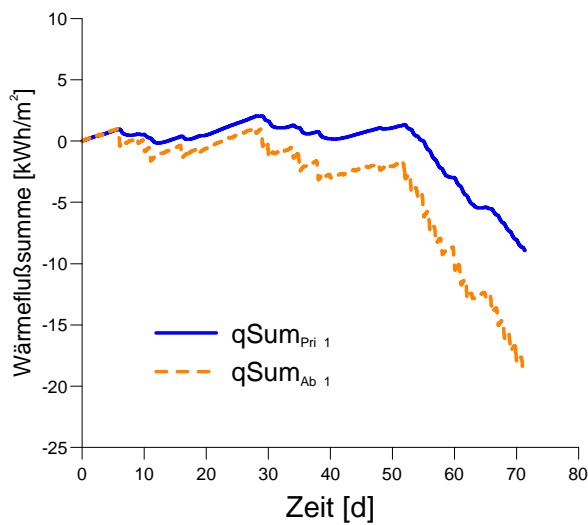


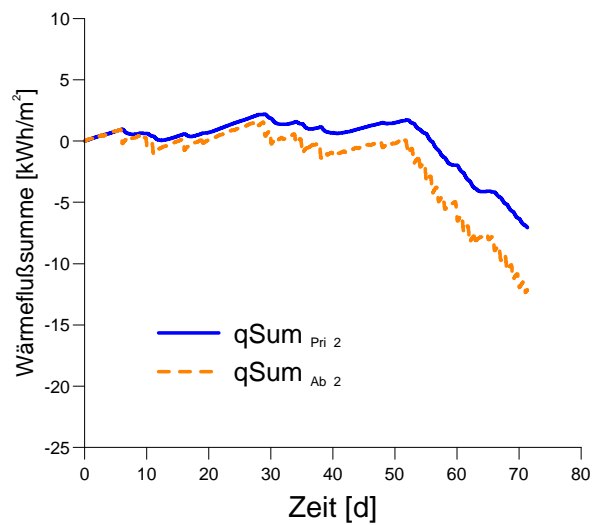
Abbildung B.6: Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmeflüsse  $\sum_{i=1}^N (q_{Ab,M} - q_{Ab,R})^2 \left[ \left( \frac{W}{m^2} \right)^2 \right]$  in Abhängigkeit von g- und k-Wert; Element 6

## Anhang C

# Wärmeflußsummen Testwand

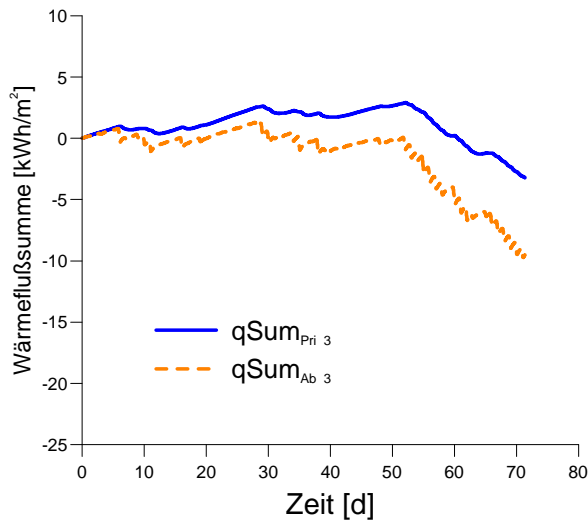


(a) Wärmeflußsummen des Hochlochziegelements (Element 1) am Absorber (Ab) und an der Wandinnenseite (Pri)

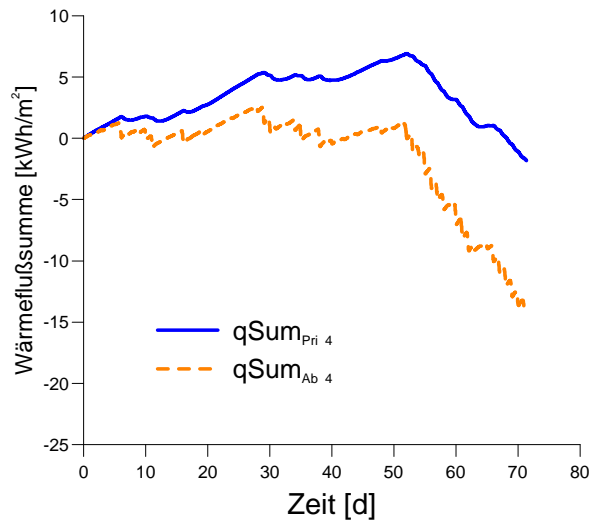


(b) Wärmeflußsummen des Hochlochziegelements (Element 2) am Absorber (Ab) und an der Wandinnenseite (Pri)

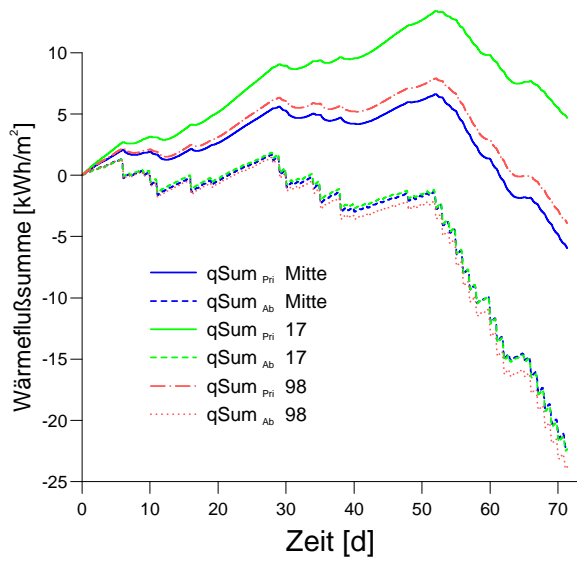
Abbildung C.1: Darstellung der Wärmeflußsummen der Testwandelemente 1 und 2



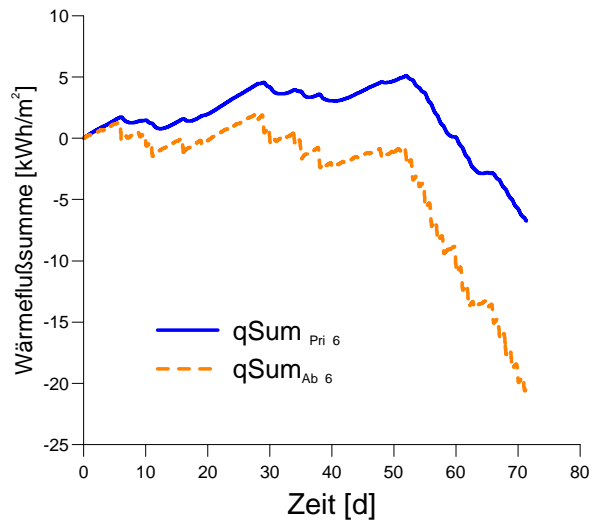
(a) Wärmeflußsummen des Porenbetonelements am Absorber (Ab) und an der Wandinnenseite (Pri)



(b) Wärmeflußsummen des Vollziegelements am Absorber (Ab) und an der Wandinnenseite (Pri)



(c) Wärmeflußsummen des Betonelements am Absorber (Ab) und an der Wandinnenseite (Pri) jeweils in drei verschiedenen Höhen (siehe auch Abbildung 9.2)

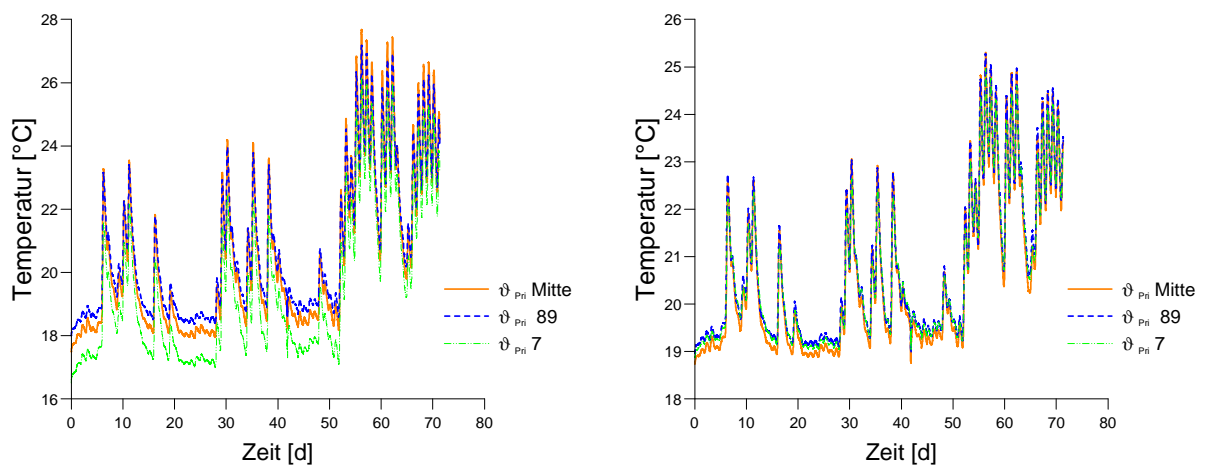


(d) Wärmeflußsummen des Kalksandsteinelements am Absorber (Ab) und an der Wandinnenseite (Pri)

Abbildung C.2: Darstellung der Wärmeflußsummen der Testwandelemente 3 bis 6

## Anhang D

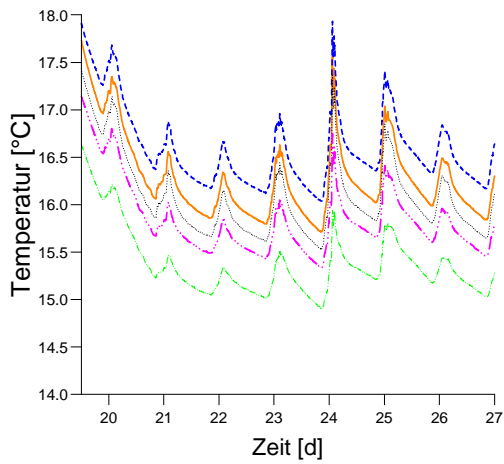
# Temperaturen des Absorbers und der Wandinnenseite



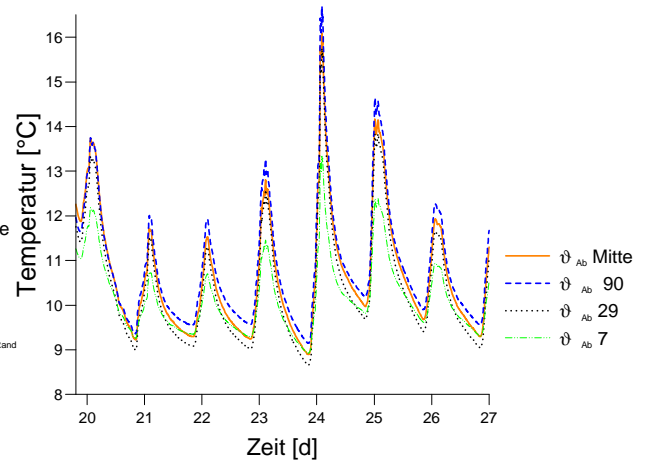
(a) Temperaturen an der Wandinnenseite des Betonelements

(b) Temperaturen an der Wandinnenseite des Porenbetonelements

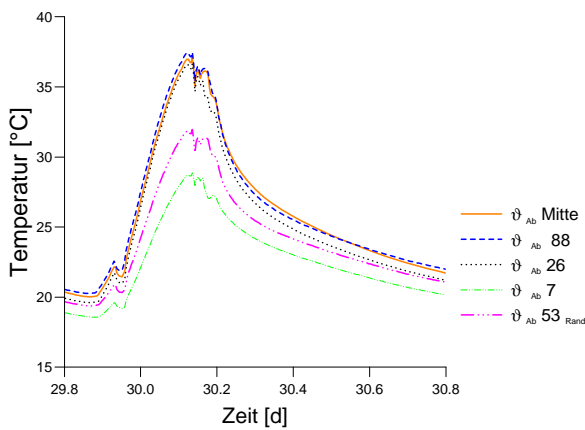
Abbildung D.1: Temperaturen an der Wandinnenseite Element 3 (Porenbeton) und 5 (Beton)



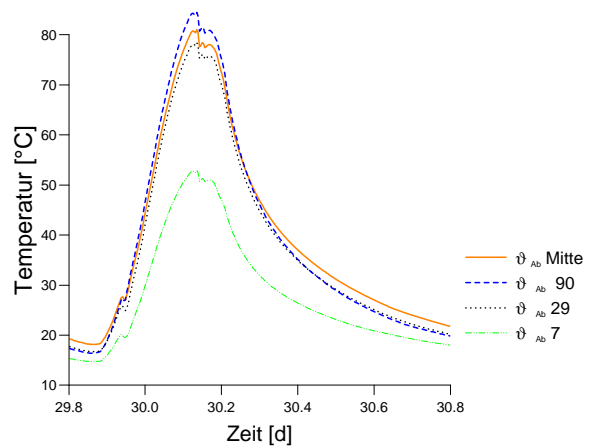
(a) Temperaturen in verschiedenen Höhen bei nebligem Wetter an der Absorberseite des Betonelements: Bezugszeit 12<sup>00</sup> Uhr mittags ( $\vartheta_{Ab53}$  wurde 10 cm vom Rand des Elements gemessen.)



(b) Temperaturen in verschiedenen Höhen bei nebligem Wetter an der Absorberseite des Porenbetonelements: Bezugszeit 12<sup>00</sup> Uhr mittags



(c) Temperaturen in verschiedenen Höhen bei sonnigem Wetter an der Absorberseite des Betonelements: Bezugszeit 12<sup>00</sup> Uhr mittags ( $\vartheta_{Ab53}$  wurde 10 cm vom Rand des Elements gemessen.)



(d) Temperaturen in verschiedenen Höhen bei sonnigem Wetter an der Absorberseite des Porenbetonelements: Bezugszeit 12<sup>00</sup> Uhr mittags

Abbildung D.2: Absorbertemperaturen bei unterschiedlicher Witterung, Element 3 (Porenbeton) und 5 (Beton)



## Formelzeichen und Indizes

Formelzeichen	Bedeutung	Einheiten
$a$	Temperaturleitfähigkeit	$[m^2/s]$
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$[W/(m^2K)]$
$C$	Kalibrierkonstante	$[V/\frac{W}{m^2}]$
$C$	flächenspezifische Wärmekapazität	$[kJ/m^2]$
$c_p$	spezifische Wärmekapazität	$[kJ/(kgK)]$
$\gamma_n$	Entwicklungskoeffizient	$[s]$
$d$	Dicke	$[m]$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	$[K]$
$\Delta t$	Zeitdifferenz	$[s]$
$E$	Strahlungsleistungsdichte	$[W/m^2]$
$\eta$	Wirkungsgrad	$[1]$
$g$	Gesamtenergiedurchlaßgrad	$[1]$
$I$	Strom	$[A]$
$k$	Wärmedurchgangskoeffizient	$[W/(m^2K)]$
$\Lambda$	Wärmedurchlaßkoeffizient	$[W/(m^2K)]$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$[W/(mK)]$
$\nabla$	Gradient	$[1/m]$
$\vec{\nabla}$	Divergenz	$[1/m]$
$\dot{Q}$	Wärmeleistung	$[W]$
$Q_{Sp}$	gespeicherte Wärmemenge	$[kWh]$ oder $[J]$
$q$	Wärmeflußdichte, kurz Wärmefluß	$[W/(m^2)]$
$qSum$	Wärmeflußsumme	$[kWh/(m^2)]$ oder $[kJ/m^2]$
$\tilde{q}$	Laplace-Transformierte des Wärmeflusses	$[W/m^2]$
$R$	Widerstand	$[\Omega]$
$R_W$	stationärer Wärmewiderstand	$[(m^2K)/W]$
$\rho$	Dichte	$[kg/m^3]$
$T$	Temperatur	$[K]$
$\dot{T}$	zeitliche Temperaturänderung	$[K/s]$
$\tilde{T}$	Laplace-Transformierte der Temperatur	$[K]$
$t_{skip}$	Skipping-Zeit	$[s]$
$\tau$	Zeitkonstante	$[s]$
$\tau_{\frac{1}{2}}$	Halbwertszeit	$[s]$
$\vartheta$	Temperatur	$[^\circ C]$
$U$	Spannung	$[V]$
$V$	Volumen	$[m^3]$
$W$	Leistungsdichte	$[W/m^2]$

**Indizes und Symbole**

$Ab$	Absorber
$Au$	außen
$\Delta y_i$	Differenz gemessener und gerechneter Ausgangsgrößen
$\Delta p$	Konfidenzintervall des Parameters $p$
$dämm$	Wärmedämmung
$E(\dots)$	Erwartungswert
$Fl$	Fläche
$ges$	gesamt
$Gpa$	Glasputz Außenfläche
$Gpi$	Glasputz Innenfläche
$In$ oder $i$	innen
$iso$	Isolation
$l$	Wahrscheinlichkeit
$M$ oder $mess$	gemessen
$M$	Anzahl freier Parameter
$\mu$	Mittelwert
$N$	Anzahl der Datenpunkte
$n$	Anzahl der Freiheitsgrade
$p$	Parameter
$Pri$	Putzoberfläche im Innenraum
$R$	gerechnet
$S(\dots)$	Schätzwert
$Sig$	Gewichtungsfaktor
$s$	Schätzer der Standardabweichung
$\sigma$	Standardabweichung
$\vec{v}$	Eigenvektor der Hessematrix
$Wi$	Wandfläche im Innenraum unter Putz
$w$	Eigenwert der Hessematrix
$X$	Eingangsgröße
$x_{j,i}$	i-ter Momentanwert der j-ten Eingangsgröße
$\chi^2$	Zielfunktion
$Y$	Ausgangsgröße
$y_i$	i-ter Momentanwert der Ausgangsgröße

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Vergleich opaker und transparenter Wärmedämmung einer Wand . . . . .	4
2.2	Wärmeflußsummen an der Küchenwand des Energieautarken Solarhauses im Januar 1995 . . . . .	5
2.3	Prinzipskizze zur eindimensionalen Wärmeleitung . . . . .	7
3.1	Skizze des Transparenten Wärmedämm-Verbund-Systems (TWDVS) . . . . .	11
3.2	Skizze der Testwand, Außenansicht . . . . .	12
3.3	Vierleitermessung an einem $Pt_{100}$ . . . . .	15
3.4	Prinzipskizze einer Wärmeflußplatte . . . . .	17
3.5	Vergleich korrigierter und unkorrigierter Wärmeflußsummen . . . . .	18
3.6	Prozeßsteuerung und Datenerfassung in schematischer Darstellung . . . . .	21
4.1	Reaktion der Absorbenttemperatur $\vartheta_{Ab}$ und des Absorberwärmeflusses $q_{Ab}$ auf eine sprunghafte Änderung der Raumtemperatur $\vartheta_i$ . . . . .	24
4.2	Ablaufdiagramm des Parameteridentifikationsprogramms TRNSPID . . . . .	25
4.3	RC-Modell einer TWD-Wand . . . . .	27
4.4	Lineare Approximation einer kontinuierlichen Funktion durch Überlagerung von Dreiecksfunktionen (aus: [Clarke 85]) . . . . .	33
5.1	Dichte der $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	38
5.2	Prinzipskizze zu zeitabhängigen Systemen mit mehreren Eingangsgrößen und einer Ausgangsgröße . . . . .	39
5.3	Prinzipskizze zu zeitabhängigen Systemen mit mehreren Eingangsgrößen und einer durch ein Modell berechneten Ausgangsgröße . . . . .	40
5.4	Prinzipskizze zu zeitabhängigen Systemen mit mehreren Eingangsgrößen und mehreren durch ein Modell berechneten Ausgangsgrößen . . . . .	42
5.5	Konfidenzintervalle $\Delta p_1$ und $\Delta p_2$ als größte Projektion des Iso- $\chi^2$ -Bereichs auf die Parameterachsen . . . . .	47
6.1	Vorgegebene Raumtemperatur und berechnete Absorbenttemperaturen . . . . .	51

6.2	Vergleich von berechneten und gefitteten Temperaturverläufen am Absorber bei starker Anregung . . . . .	52
6.3	Vorgegebene Raumtemperatur und berechnete Absorbtemperaturen . . . . .	54
6.4	Vergleich von berechneten und gefitteten Temperaturverläufen am Absorber bei forciertem Einschwingen . . . . .	54
6.5	Residuen der berechneten und gefitteten Temperaturverläufen am Absorber bei forciertem Einschwingen . . . . .	55
7.1	Wärmeübergangskoeffizient . . . . .	58
7.2	Berechnete und gemessene Temperaturen und Wärmeflüsse des Porenbetonelements . . . . .	61
7.3	Residuen der Temperaturen und Wärmeflüsse des Porenbetonelements . . . . .	61
7.4	Berechnete und gemessene Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements . . . . .	62
7.5	Residuen der Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements . . . . .	62
7.6	Berechnete und gemessene Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements . . . . .	63
7.7	Residuen der Temperaturen und Wärmeflüsse des Betonelements . . . . .	63
7.8	Summe der Differenzenquadrate der äußeren Wandtemperatur . . . . .	66
7.9	Nachtwerte $\Lambda_{Ab,Gpi}$ , $\Lambda_{Ab,Gpa}$ und $k_{Ab,Au}$ sowie deren Mittelwerte . . . . .	69
7.10	Summe der Differenzenquadrate der Absorberwärmeflüsse in Abhängigkeit von g- und k-Wert . . . . .	73
7.11	Darstellung des effektiven k-Wertes . . . . .	76
8.1	Energieautarkes Solarhaus Freiburg . . . . .	80
8.2	Vergleich von gemessenen und berechneten Temperaturen mit zwei geschätzten Parametern . . . . .	83
8.3	Residuen der gemessenen und berechneten Temperaturen mit zwei geschätzten Parametern . . . . .	83
8.4	Vergleich von gemessenen und berechneten Temperaturen mit drei geschätzten Parametern . . . . .	84
8.5	Residuen der gemessenen und berechneten Temperaturen mit drei geschätzten Parametern . . . . .	84
8.6	Vergleich gerechneter und gemessener Wärmeflußsummen . . . . .	85
9.1	Stationäre 2D-Simulation des Wärmeflusses senkrecht zur Wandoberfläche . . . . .	88

9.2	Gessene Wärmeflußsummen am Betonelement . . . . .	89
9.3	Dynamische Veränderung der Temperaturen an der Wandoberfläche $\vartheta_{Pri}$ und in 2 cm Tiefe unter Putz $\vartheta_{Wi}$ nach sprunghafter Änderung der Einlauf- temperatur $\vartheta_{Rein}$ . . . . .	90
9.4	Temperaturen auf verschiedenen Höhen an der Wandinnenseite des Beton- elements . . . . .	91
9.5	Thermographie der Innenseite einer TWD-verkleideten Außenwand des ES .	92
A.1	Skizze der Testwand (von außen) . . . . .	103
A.2	Seitenansicht der Testwand (von Osten) . . . . .	104
A.3	Strahlungs- und Temperatursensoren außen am Glasputz der Fassade . . . .	105
A.4	Strahlungs- und Temperatursensoren innen am Glasputz der Fassade . . . .	106
A.5	Wärmeflußplatten und Temperatursensoren auf dem Innenputz der Test- wand (innere Wandoberfläche) . . . . .	107
A.6	Seitenansicht der Klimakammer (von Westen) . . . . .	108
A.7	Skizze der Klimakammer von der Raumseite . . . . .	109
A.8	Photographien der Testwand . . . . .	110
B.1	Zielfunktion im Parameterraum (k,g) Element 1 . . . . .	111
B.2	Zielfunktion im Parameterraum (k,g) Element 2 . . . . .	112
B.3	Zielfunktion im Parameterraum (k,g) Element 3 . . . . .	112
B.4	Zielfunktion im Parameterraum (k,g) Element 4 . . . . .	113
B.5	Zielfunktion im Parameterraum (k,g) Element 5 . . . . .	113
B.6	Zielfunktion im Parameterraum (k,g) Element 6 . . . . .	114
C.1	Darstellung der Wärmeflußsummen Element 1 und 2 . . . . .	115
C.2	Darstellung der Wärmeflußsummen Element 3 bis 6 . . . . .	116
D.1	Temperaturen an der Wandinnenseite . . . . .	117
D.2	Absorbertemperaturen bei unterschiedlicher Witterung . . . . .	118

# Tabellenverzeichnis

3.1	Gemessene Dichte der Baustoffe und andere Materialwerte aus der Literatur	12
6.1	Vergleich der geschätzten mit den ursprünglichen Parametern	52
6.2	Vergleich der geschätzten mit den ursprünglichen Parametern	55
7.1	Geschätzte Parameter des Porenbetonelements bei verschiedenen Startwerten	59
7.2	Geschätzte Parameter des Betonelements bei verschiedenen Startwerten	60
7.3	Geschätzte Parameter des Betonelements bei verschiedenen Startwerten	64
7.4	Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung der Ausgangsgrößen	65
7.5	Wärmedurchgangskoeffizient der sechs Elemente; ermittelt aus Nachtmittelwerten	67
7.6	Wärmedurchlaßkoeffizient der sechs Elemente (Absorber - Glasputzaußenschicht); ermittelt aus Nachtmittelwerten	68
7.7	Wärmedurchlaßkoeffizient der sechs Elemente (Absorber - Glasputzinnenschicht); ermittelt aus Nachtmittelwerten	69
7.8	Wärmeübergangskoeffizient der sechs Elemente ( $\alpha_{Gpa,Au}$ ); ermittelt aus den Nachtmittelwerten $\Lambda_{Ab,Gpa}$ und $k_{Ab,Au}$	70
7.9	Wärmedurchgangskoeffizient der sechs Elemente; ermittelt aus Nachtmessungen	71
7.10	Wärmedurchgangskoeffizient und mittlerer Gesamtenergiedurchlaßgrad	72
7.11	Wärmedurchgangskoeffizient und Wirkungsgrad der Wandelemente	75
7.12	Zeitversatz zwischen den Temperaturverläufen an der Absorberseite und der Wandinnenseite der sechs Elemente	77
8.1	Geschätzte Parameter des Wandmaterials eines Wandsegments des ES bei festgesetztem innerem konvektivem Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{i,konv}$	81
8.2	Geschätzte Parameter des Wandmaterials eines Wandsegments des ES	82
9.1	Parameterwerte für die zweidimensionale, stationäre Simulation	87

## Literaturverzeichnis

- [Blümel 86] Blümel K., Holland E., Kähler M., Peter R., Jahn A. (1986). *Entwicklung von Testreferenzjahren (TRY) für Klimaregionen der Bundesrepublik Deutschland*. Bundesministerium für Forschung und Technologie, Forschungsbericht T 86-051.
- [Box 78] Box G.E.P., Hunter E.G., Hunter J.S. (1978). *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, New York.
- [Bronstein 87] Bronstein I.N., Semendjajew K.A. (1987). *Taschenbuch der Mathematik*. 23. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun/Frankfurt a.M.
- [Carslaw 59] Carslaw H.S., Jaeger, J.C.(1959). *Conduction of Heat in Solids*. 2. Auflage, Clarendon Press, Oxford.
- [Clarke 85] Clarke J. A. (1985). *Energy Simulation in Building Design*. Adam Hilger Ltd., Bristol.
- [Dijk 94] Dijk van D., Hrsg. (1994). *Development of the PASSYS Test Method: Development Report of the Subgroup Test Methodologies*. The PASSYS Project. JOULE Programme EUR 15114 EN. European Commission, Belgian Building Research Institute WTCB–CSTC, Brüssel.
- [DIN 584] DIN IEC 584 Teil 1 (1984). *Thermopaare, Grundwerte für Thermopaare*. Beuth Verlag, Berlin.
- [DIN 4108] DIN 4108 Teil 4. (1985). *Wärmeschutz im Hochbau; Wärme- und feuchtetechnische Kennwerte*. Beuth Verlag, Berlin.
- [Feist 93] Feist W. (1993). *Passivhäuser in Mitteleuropa*. Dissertation, Institut Wohnen und Umwelt, Darmstadt.
- [Fisch 93] Fisch N., Klöpfer S., Hrsg. (1993). *Measurement Techniques Development: Research and Development Report of the Subgroup Test Site Management*. The PASSYS Project. JOULE Programme EUR 15116 EN. European Commission, Belgian Building Research Institute WTCB–CSTC, Brüssel.
- [Föllinger 90a] Föllinger O. , Sommer R. (1990). *Lineare Abtastsysteme*. 4. Auflage, R. Oldenbourg, München/Wien.
- [Föllinger 90b] Föllinger O. (1990) *Regelungstechnik*. 6. Auflage, Hüthig Buch Verlag, Heidelberg.
- [Frank 88] Frank Th. (1988). *Stationärer Wärmedurchgang nach der Response-Faktoren-Methode*. Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt, EMPA Nr. 106 436, Dübendorf.

- [FhG-ISE 94] Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme (1994). *Leistungen und Ergebnisse Jahresbericht 1994*. Freiburg.
- [Fricke 84] Fricke J., Borst W. (1984). *Energie: Ein Lehrbuch der physikalischen Grundlagen*. 2. Auflage, R. Oldenbourg, München/Wien.
- [Gerber 95] Gerber A. (1995). *Sachbericht zum Projekt Systemuntersuchungen an Speicherkollektoren zur Markteinführung durch die mittelständische Wirtschaft*. Bericht des Fraunhofer-Instituts für Solare Energiesysteme, Freiburg.
- [Gerthsen 89] Gerthsen C., Kneser H., Vogel H. (1989). *Physik*. 16. Auflage, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg.
- [Goetzberger 93] Goetzberger A., Wittwer V. (1993). *Sonnenenergie. Thermische Nutzung*. 3. Auflage, Teubner, Stuttgart.
- [Graaf 85] Graaf van der F. (1985). *Research in Calibration and Application Errors of Heat Flux Sensors*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia.
- [Grigull 79] Grigull U., Sandner H. (1979). *Wärmeleitung*. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg.
- [Hein 90] Hein D. (1990). *Kernkraftwerke*. Vorlesungsmanuskript. Lehrstuhl Thermische Kraftanlagen, TU München.
- [Herkel 91] Herkel S. (1991). *Auswertung von Messungen an transparent wärmegeämmten Fassaden durch Parameteranpassungen in einem Simulationsprogramm*. Diplomarbeit, Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme, Freiburg und Universität Karlsruhe (TH).
- [Honerkamp 90] Honerkamp J. (1990) *Stochastische Dynamische Systeme: Konzepte, numerische Methoden, Datenanalysen*. VCH, Weinheim.
- [HP-Manual 88] HP 3852A/3853A Data Acquisition and Control Unit (1988). *Assembly Level Service Manual HP 3852A/3853A*. Hewlett Packard Company.
- [IZE 94] Informationszentrale der Elektrizitätswirtschaft e.V., Hrsg. (1994). *Energiewirtschaft kurz und bündig*. Frankfurt/Main.
- [Klein 90] Klein S.A. et al. (1990). *TRNSYS — A Transient Simulation Program*. Version 13.1, Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin–Madison, Madison, Wisconsin.
- [Kneubühl 88] Kneubühl F.K. (1988). *Repetitorium der Physik*. 3. Auflage, Teubner, Stuttgart.
- [Kreyszig 82] Kreyszig E. (1982). *Statistische Methoden und ihre Anwendungen*. 7. Auflage, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen.
- [Kuhn 95] Kuhn T. (1995). *Ausarbeitung zur Messung mit Wärmeflußplatten*. Internes Papier, Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme, Freiburg.



- [Liersch 93] Liersch G. (1993). *Untersuchung des Energietransportes in einer konvektiv hinterlüfteten transparenten Wärmedämmfassade*. Dissertation, TU München.
- [Linden 93] Linden van der G., van Dijk D. (1993). *MRQT USER GUIDE*. TNO Building and Construction Research, CEC DG XII, Brüssel.
- [Madsen 93] Madsen H., Melgaard H. (1993). *CTLSM: Continuous Time Linear Stochastic Modelling*. The PASSYS Project. JOULE Programme EUR 15116 EN, European Commission, Belgian Building Research Institute WTCB-CSTC, Brüssel.
- [Mitalas 71] Mitalas G.P., Arseneault J.G. (1971). Fortran IV Program to Calculate z-Transfer Functions for the Calculation of Transient Heat Transfer through Walls and Roofs. In *Proceedings of the Conference on Use of Computers for Environmental Engineering Related to Buildings*, Gaithersburg, NBS Building Science Series 39.
- [Moock 94] Moock W. (1994). *Bestimmung von Kollektorparametern aus instationären Betriebszuständen*. Diplomarbeit, Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme, Freiburg und Universität Karlsruhe (TH).
- [Nau 91] Nau M., Weber D. (1991). *Elektrische Temperaturmessung*. 3. Auflage, M. K. Juchenheim, Fulda.
- [Pewatron 96] Fa. Pewatron (1996). *Datenblatt zur PRS-1 Präzisions-Referenzstromquelle*. München.
- [Pfleger 95] Pfleger, W. (1995). *Multivariate Analyse und Modellierung von Tremorzeitreihen*. Diplomarbeit, Fakultät für Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.
- [Platzer 88] Platzer W. (1988). *Solare Transmission und Wärmetransportmechanismen bei transparenten Wärmedämmmaterialien*. Dissertation, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.
- [Press 89] Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. (1989). *Numerical Recipes in Pascal*. Cambridge University Press.
- [Recknagel 85] Recknagel H., Sprenger E., Hönnmann W. (1985). *Taschenbuch für Heizung und Klimatechnik*. 63. Auflage, R. Oldenbourg, München/Wien.
- [Rogass 94] Rogass H., Donath A., Gutschker O. (1994). Instationäres Auswerteverfahren für Wärmedämmmessungen. *Bauphysik* **16**, 181–185.
- [Rouvel 92] Rouvel L., Schäfer H. (1992) *Nutzung regenerativer Energien*. 6. Auflage, Lehrstuhl für Energiewirtschaft und Kraftwerkstechnik, TU München.
- [Rudtsch 94] Rudtsch S. (1994). *Instationäre thermische Meßverfahren für Baustoffe*. Dissertation, Universität Cottbus.
- [Schlittgen 84] Schlittgen R., Streitberg B.H.J. (1984). *Zeitreihenanalyse*. R. Oldenbourg, München/Wien.

- [Schwarz 88] Schwarz H.R. (1988). *Numerische Mathematik*. 2. Auflage, Teubner, Stuttgart.
- [SIA] SIA Dokumentation 47: *k-Wert-Messung am Bau*. SIA Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich.
- [Spirkl 90] Spirkl W. (1990). *Dynamische Vermessung von Solaranlagen zur Warmwasserbereitung*. Dissertation, Ludwigs-Maximilians-Universität München.
- [Spirkl 94] Spirkl W. (1994). *Dynamic Fitting – Theory and Applications*. Persönliche Mitteilung.
- [Standart 87] Standart P. (1987). *Numerical Analysis of Operational Errors with Surface-Mounted Heatflux Sensors*. National Program of Energy, Maldegem, Belgium.
- [Stephenson 71] Stephenson D.G., Mitalas G.P. (1971). Calculation of Heat Conduction Transfer Functions for Multi-Layer Slabs. In *ASHRAE Annual Meeting*, 117–126, Washington D.C.
- [STRAND6] *STRAND6 Finite Element Analysis System. Reference Manual and User Guide* (1993). G+D Computing Pty Ltd, Australia.
- [Télléz 93] Télléz F.M. (1993). Checking Confidence Intervals Estimation by MRQT Identification Method. In *Workshop on Application of System Identification in Energy Savings in Buildings*, 281–303.
- [Vandaele 94] Vandaele L., Wouters, Hrsg. (1994). *The PASSYS Services: Summary Report*. The PASSYS Project. JOULE Programme EUR 15113 EN. European Commission, Belgian Building Research Institute WTCB–CSTC, Brüssel.
- [Voit 95] Voit P. (1995). *TRNSPID – Manual for Parameter Identification with TRNSYS*. Version 1.1c, TRANSSOLAR Energietechnik GmbH, Stuttgart.
- [Voss 93] Voss K. (1993). *Das Energieautarke Solarhaus Freiburg: Experimentelle Ergebnisse zum thermischen Verhalten des Gebäudes — Teil 1: Dokumentation erster Ergebnisse im Jahr 1993*. Interner Bericht. Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme, Freiburg.
- [Voss 96] Voss K. (1996). *Experimentelle und theoretische Analyse des thermischen Gebäudeverhaltens für das Energieautarke Solarhaus Freiburg*. Dissertation, Département d'Architecture, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [Wagner 94] Wagner K. (1994). *Übersicht der meßtechnischen Verfahren und Geräte in der Systemtechnik*. Interne Studie. Fraunhofer-Instituts für Solare Energiesysteme, Freiburg.

## Kapitel 5

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn Prof. Friedrich Wagner bedanken, der meine externe Diplomarbeit am ISE ermöglicht hat.

Durch die konstruktive Kritik von Dr. Karsten Voss und PD Dr. Volker Wittwer bei der Betreuung der Arbeit haben sich viele wichtige Anregungen ergeben, die zu ihrem Gelingen beigetragen haben.

Viele nützliche Tricks und Kniffe beim Umgang mit Computern und anregende Diskussionen nicht nur im Hinblick auf die Diplomarbeit verdanke ich Frank Schäfer.

Der Vortrag über Dynamische Parameteridentifikation an Kollektorsystemen von Herrn Dr. Wolfgang Spirkl und die anschließende Diskussion während seines Besuchs am ISE haben viele wertvolle Hinweise für meine Arbeit erbracht.

Mein Dank gilt auch Andreas Doster, Dick van Dijk, Thomas Lechner, Gerard van der Linden und Peter Voit für das eine oder andere weiterführende Telefonat in Sachen TRNSYS und MRQT.

Die außerordentlich gute Atmosphäre am ISE hat auch in "schweren" Zeiten für Zweifel und Kummer entschädigt und wird mir immer in Erinnerung bleiben. Auch die vielen interessanten Vorträge über Anwendung und Forschung im Bereich der Solarenergie und darüber hinaus möchte ich nicht missen.

Für die erholsamen Kaffeepausen, die abendlichen Pizzarunden und die vielen intensiven fachlichen Gespräche und Anregungen danke ich Andreas Kaufmann, Christof Wittwer, Jakyung Jun, Oliver Horlitz, Paul Bahr, Tilmann Kuhn, Volker Jung und vielen mehr.

Ich danke auch meiner Freundin Anja Baur für ihren aktiven Beistand.

